

**UNIVERSITATEA TEHNICĂ "GHEORGHE ASACHI"
DIN IAȘI**



**CONTRIBUȚII LA INTENSIFICAREA TRANSFERULUI DE
CĂLDURĂ PRIN UTILIZAREA SUPRAFEȚELOR ONDULATE ÎN
CAZUL CONVECȚIEI LIBERE DE LA CILINDRI ORIZONTALI**

- R E Z U M A T -

ing. Gabriel-Dumitru TCACIUC

Conducător de doctorat: Prof. univ. habil. dr. ing. Aristotel POPESCU

IAȘI, 2025

CONTRIBUȚII LA INTENSIFICAREA TRANSFERULUI DE CĂLDURĂ PRIN UTILIZAREA SUPRAFEȚELOR ONDULATE ÎN CAZUL CONVECȚIEI LIBERE DE LA CILINDRI ORIZONTALI

Gabriel-Dumitru TCACIUC
domeniul Inginerie Mecanică

Președinte comisie doctorat:
Conducător de doctorat:
Referenți oficiali:

Prenume Nume
Prof. univ. habil. dr. ing. Aristotel POPESCU
Prenume Nume
Prenume Nume
Prenume Nume

Comisia de îndrumare/Comisa de îndrumare
și integritate academică:

Prof. univ. dr. ing. Gheorghe DUMITRAȘCU
Conf. univ. dr. ing. Carmen-Ema PANAITE
Șef lucrări dr. ing. Ana-Georgiana LUPU
CS II. dr. ing. Hrițcu Eusebiu

CUPRINS

Introducere	1
Capitolul I. Aplicații în tehnică ale convecției termice în curgerea transversală peste cilindri.....	3
I.1. Scurt istoric	3
I.2. Aplicații în tehnica modernă	6
Capitolul II. Noțiuni de bază.....	7
II.1. Transferul de căldură convectiv	7
II.2. Transferul de căldură de la cilindri în cazul convecției forțate	9
II.3. Transferul de căldură de la cilindri în cazul convecției naturale	11
Capitolul III. Stadiul actual al metodelor de intensificare a convecției de la cilindri așezați orizontal	15
III.1. Metode pasive.....	15
III.2. Metode active	16
III.3. Metode de intensificare a transferului de căldură prin utilizarea suprafețelor ondulate.....	18
Capitolul IV. Modelul matematic.....	21
IV.1. Modelul numeric.....	21
IV.1.1. Formularea funcție de curent - vorticitate	23
IV.1.2. Transformarea coordonatelor carteziene în coordonate curbilinii	24
IV.1.3. Metoda diferențelor finite	25
IV.1.4. Stabilitatea modelului numeric	26
IV.2. Rezultate numerice	27
Capitolul V. Validarea experimentală.....	34
V.1. Instalația experimentală și metodica	34
V.1.1. Instalația experimentală.....	35
V.1.2. Programul de achiziții de date	38
V.2. Rezultate și interpretări	40
V.2.1. Calculul parametrului κ	40
V.2.2. Calculul incertitudinii.....	41
Capitolul VI. Concluzii și contribuții personale.....	43
Bibliografie	45

Introducere

Transferul de căldură este un fenomen fizic prezent în fiecare aspect al vieții noastre. De la procesele metabolice din organismele vii până la reacțiile nucleare de fuziune din interiorul stelelor, toate produc căldură care în mod natural se transferă datorită diferențelor de potențial energetic. Conform principiului al II-lea al termodinamicii, căldura se transmite întotdeauna de la un potențial energetic ridicat spre unul mai scăzut, până când se atinge echilibrul termic. Tocmai acest dezechilibru inițial îi dă capacitatea Universului de a produce efecte [1].

În decursul istoriei, oamenii au încercat să explice natura căldurii prin diferite concepte, majoritatea pornind de la percepția subiectivă oferită de senzația de cald sau rece la atingerea obiectelor. Grecii antici asociau căldura cu focul, unul dintre cele patru elemente care formează Universul [2] [3]. Prima teorie consistentă care a avut un succes în explicarea reacțiilor chimice și de combustie a fost teoria flogistonului. În această teorie, propusă în 1669 de către Johann Joachim Becher, flogistonul este o substanță nedetectabilă eliberată prin procesele de ardere [4]. Teoria flogistonului a fost înlocuită mai apoi cu teoria caloricului a lui Lavoisier, teorie pe care Sadi Carnot a construit noțiunea principiului al II-lea al termodinamicii. După jumătatea secolului XIX, Maxwell stabilește fundamentele teoriei cinetice a gazelor și oferă o explicație precisă a mecanismului de propagare a căldurii prin gaze [5]. Astfel, spre începutul secolului XX, mecanismele transferului de căldură prin cele 3 moduri (conducție, convecție și radiație) erau bine cunoscute, teoriile rămânând valabile și în prezent.

Interesul pentru transferul de căldură a apărut odată cu revoluția industrială, mărirea randamentului motorului cu abur fiind un motiv cheie. Odată cu avansarea tehnicii, fenomenele de transfer de căldură au avut nevoie de o tratare teoretică avansată, astfel că transferul de căldură a devenit o disciplină de sine stătătoare. Un aspect principal al acestei discipline cu interes în tehnică este intensificarea transferului de căldură. Numărul lucrărilor de specialitate pe această temă având o creștere exponențială odată cu începutul anilor 1950 [6]. Această tendință continuă și astăzi, domeniile principale de interes fiind:

- domeniul electronicii: răcirea circuitelor integrate și a componentelor electronice;
- domeniul climatizării: creșterea eficienței de recuperare a căldurii în instalațiile de climatizare;
- industria automobilistică: răcirea eficientă a motoarelor termice și controlul temperaturii, recuperarea energiei din căldura deșeu produsă de motorul termic, răcirea componentelor electrice și electronice din componența mașinilor electrice;
- industria aerospațială: răcirea paletelor de turbină, răcirea ajutorajelor convergente-divergente folosite în propulsia rachetelor, controlul temperaturii instrumentației folosite în sateliți și sonde spațiale;
- industria militară: protejarea echipamentelor și a militarilor de condițiile extreme de temperatură;
- domeniul energiilor regenerabile: valorificarea energiei solare, stocarea energiei termice;

Multe dintre schimbătoarele de căldură folosite în industrie folosesc țevi circulare ca mediu de transfer de căldură între două fluide. Acest sistem are numeroase avantaje:

- construcție simplă: țevile circulare sunt prefabricate care se găsesc ușor în diferite dimensiuni, materiale etc;
- întreținere ușoară;
- rezistență înaltă la presiuni mari ale fluidelor: forma circulară este cea mai bună din punct de vedere al rezistenței mecanice atât la presiune internă cât și presiune externă;

Răspândirea largă a acestui sistem de transfer de căldură, coroborată cu direcția actuală de eficientizare a sistemelor termice, face justificată cercetarea asupra acestei teme – rezultatele cercetării putând avea un impact major.

Capitolul I. Aplicații în tehnică ale convecției termice în curgerea transversală peste cilindri

I.1. Scurt istoric

Apariția primului schimbător de căldură în accepțiunea modernă este legată de evoluția locomotivelor cu abur. În plină Revoluție Industrială, necesitatea de a transporta mărfuri și oameni i-a determinat pe mulți ingineri ai vremii la conceperea unor sisteme de propulsie pentru diferite tipuri de vehicule, cea mai eficientă dovedindu-se locomotiva cu abur. Desigur, ca orice invenție importantă, invenția locomotivei cu abur este revendicată de mai multe țări, în acest caz bătaia dându-se între Anglia, Franța și Statele Unite ale Americii, cele mai industrializate țări din acele vremuri. Succesul locomotivelor cu abur s-a datorat utilizării căilor ferate și a inovațiilor aduse cazanelor care transformau energia termică produsă prin arderea combustibililor fosili în energie termică a aburului. Un astfel de cazan care a făcut ca locomotivele cu abur să fie practice a fost cazanul multitubular. Cazanul multitubular reprezintă cea mai importantă aplicație în care apare curgerea unui fluid peste o rețea de țevi cilindrice. Acest tip de cazan este format dintr-un vas în care se află apă, prin care sunt trecute rânduri de țevi. Prin aceste țevi circulă gaze de ardere care cedează căldura apei transformând-o în abur. Aceste cazane se mai numesc și cazane cu tuburi de foc. [7]

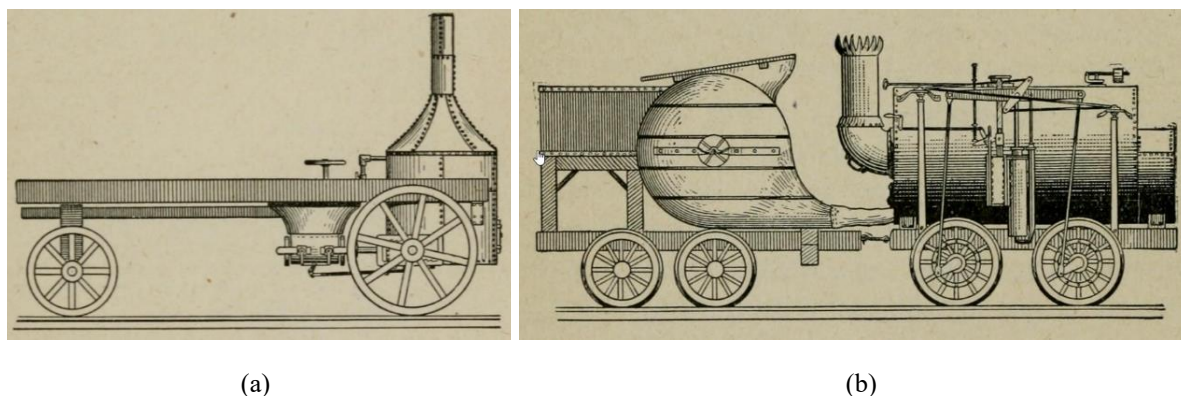


Figura I.1. Facsimile reprezentând vehiculul lui Nathan Read (a)
și locomotiva cu abur a lui Marc Seguin (b), [7]

Inventatorul acestui tip de cazan este considerat a fi inginerul american Stevens John, care l-a folosit prima dată în propulsia navelor maritime în anul 1788. Pentru a-și putea proteja invenția, a solicitat Congresului American introducerea unei legi în acest sens. Congresul a adoptat în 1790 legea brevetelor de invenție, prima de acest fel din Statele Unite ale Americii [1].

În anul 1791, inginerul american Nathan Read folosește pentru prima dată cazanul multitubular într-un vehicul propulsat de un motor cu abur. Prima folosire a cazanului multitubular pe o locomotivă a fost făcută de inginerul francez Marc Seguin [7].

Succesul locomotivei cu abur a venit în anul 1830, când locomotiva proiectată de inginerul englez Robert Stephenson, poreclită „Rocket”, și care folosea un cazan multitubular

cu tuburi de foc, a reușit să atingă o viteză de deplasare de 29 mi/h (47 km/h) sau 35 mi/h (56 km/h)¹, un record impresionant la acea vreme [8] [9] [10].

Următoarea mare îmbunătățire a acestor tipuri de cazane a fost adusă de așa-numitul cazan cu tuburi cu apă. În aceste tipuri de cazane apa și aburul circulă prin țevi, iar gazele de ardere le spală prin exterior. Această rocadă între fluide face ca presiunea mare a apei să fie preluată de țevi, care având diametrul mai mic, au rezistență mecanică mai mare. De asemenea, corpul cazanului nu mai este solicitat la presiuni interne, astfel putând avea o construcție mult mai ușoară. Aceste caracteristici aduc avantaje cum ar fi: masă și dimensiuni de gabarit mai reduse și presiuni de lucru ale apei mai mari. Atribuirea invenției acestui tip de cazan nu poate fi făcută cu exactitate, însă – se crede că primul care l-a realizat a fost inginerul britanic John Blakey. [11]



Figura I.2. Fotografie cu locomotiva „Rocket” a lui Robert Stephenson, aflată la Muzeul de Știință din Londra, [12]

O altă mare întrebuințare a cazanelor multitubulare cu tuburi de apă a fost și este producerea aburului pentru motoarele și turbinele cu abur folosite în producerea energiei electrice. Prima centrală electrică a fost *Pearl Street Station*, construită de compania lui Thomas Edison, *Electric Illuminating Company*. Localizată în Manhattan, New York, centrala electrică a intrat în operare la data de 4 septembrie 1882 și deservea în jur de 85 de clienți. Centrala lui Edison producea în jur de 100 kW putere electrică la o tensiune de 110 V în curent direct, utilizând 6 dinamuri antrenate de motoare pe abur cu piston. Aburul era produs în 4 cazane pe cărbune multitubulare cu tuburi de apă, la o presiune de aproximativ 5,5 – 6,9 bar (80 – 100 psi). Centrala a funcționat până în anul 1890, când a fost distrusă în totalitate de un incendiu, cu excepția unui dinam care a fost reconstruit și păstrat în muzeul *Greenfield Village* din Dearborn, Michigan [13], [14].

În **Figura I.3** este prezentată o poză cu macheta centralei electrice realizată în 1929 de compania lui Edison și care astăzi se află în muzeul Henry Ford din Detroit [15]. La parterul

¹ Majoritatea surselor bibliografice indică această valoare.

clădirii, dispuse simetric, se observă o parte din fasciculele de țevi înclinate din componența cazanelor.

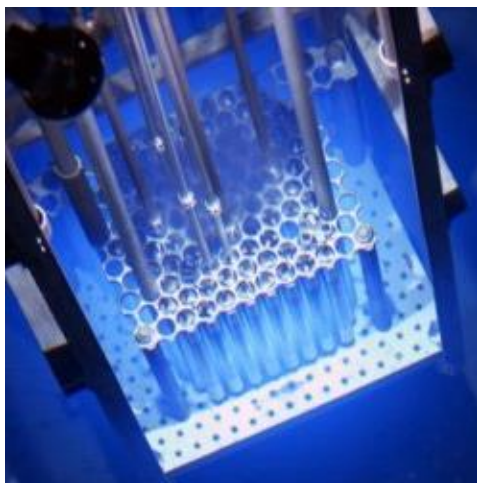


Figura I.3. Macheta centralei electrice *Pearl Street Station* aflată în muzeul Henry Ford

I.2. Aplicații în tehnica modernă

În prezent, studierea curgerii transversale peste cilindri prezintă interes atât din punct de vedere al dinamicii fluidelor cât și din punct de vedere al schimbului de căldură. Convecția naturală și cea forțată sunt întâlnite în tehnica modernă prin diferite întrebuințări ingineresti, cum ar fi [16], [17]:

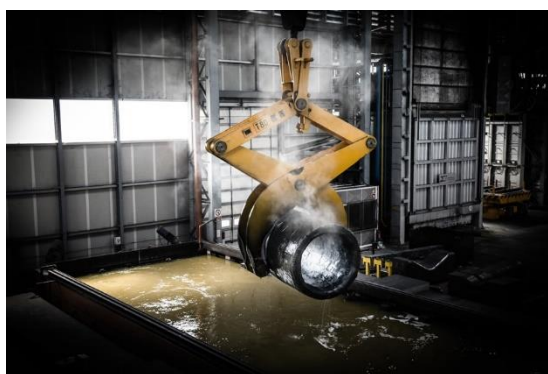
- răcirea reactoarelor nucleare;
- schimbul de căldură în cazul țevelor metalice;
- controlul temperaturii semifabricatelor de formă cilindrică în procesele din industria metalurgică;
- convecția naturală pentru diferite radiatoare pentru încălzirea încăperilor;
- convecția naturală și forțată pentru schimbătoare de căldură cu tuburi cu aripioare plane folosite în: industria automobilistică, instalații de condiționare a aerului, turbomașini ș.a.m.d.



(a)



(b)



(c)

Figura I.4. Exemple în care este prezentă convecția termică la cilindri:

- (a) – Bare de combustibil din reactorul nuclear Breazeale, [18]
- (b) – Schimbător de căldură cu tuburi cu aripioare cu multiple aplicații industriale, [19]
- (c) – Tub din oțel în timpul tratamentului termic, [20]

Capitolul II. Noțiuni de bază

II.1. Transferul de căldură convectiv

Convecția este modul de transfer de căldură între suprafețe și fluide. Ea se realizează prin două mecanisme: advecție și conducție. Conducția este mecanismul de transfer a căldurii în substanțe, prin intermediul transmiterii mișcării de vibrație prin rețeaua atomică. La substanțele care conduc curentul electric, transferul de căldură conductiv se mai realizează prin deplasarea electronilor liberi. Advecția este mecanismul prin care energia este transportată de mișcarea fluidului. Mișcarea fluidului se poate realiza natural, forțat sau mixt.

Legea care exprimă fluxul termic convectiv este legea de răcire a lui Newton:

$$\dot{q}_{cv} = \alpha(T_{\infty} - T_s), \quad (\text{II.1})$$

în care:

- $\dot{q}_{cv} [\text{Wm}^{-2}]$: fluxul termic convectiv unitar;
- $\alpha [\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}]$: coeficientul de convecție termică;
- $T_{\infty} [\text{K}]$: temperatura fluidului;
- $T_s [\text{K}]$: temperatura suprafeței de schimb de căldură.

Se observă că fluxul termic convectiv se poate controla din trei variabile (diferența de temperatură dintre fluid și suprafață se consideră ca o singură variabilă). Toată greutatea analizei convecției termice cade pe determinarea coeficientului de convecție termică. Prezența advecției face ca problema să fie în mare parte de natură hidrodinamică/aerodinamică, coeficientul de convecție termică fiind o funcție de: geometria corpului, proprietățile fluidului, tipul curgerii, viteza curgerii, rugozitatea suprafeței. În literatura de specialitate, coeficientul mediu de convecție termică este definit pe baza unor parametri de similitudine:

$$\alpha = \frac{\lambda}{Nu \cdot L}, \quad (\text{II.2})$$

în care:

- $\lambda [\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}]$: conductivitatea termică a fluidului;
- $L [\text{m}]$: lungimea caracteristică;
- Nu : numărul Nusselt.

Numărul Nusselt este un criteriu adimensional care reprezintă gradientul de temperatură adimensional în primul strat de fluid, în direcție perpendiculară pe suprafața de schimb de căldură. Pentru curgerea peste o placă plană orizontală, numărul Nusselt local se definește astfel:

$$Nu_x = \frac{d\Theta}{dY} \Big|_{y=0}, \quad (\text{II.3})$$

iar numărul Nusselt mediu astfel:

$$Nu = \frac{1}{L} \int \frac{d\Theta}{dY}(x,0) dX, \quad (\text{II.4})$$

în care:

- Θ : temperatura adimensională;
- Y : direcția perpendiculară adimensională pe suprafața de schimb de căldură;
- L : lungimea plăcii.

Pentru numărul Nusselt mediu există numeroase corelații în literatura de specialitate, începând de la geometrii simple (cilindru, sferă, plăci etc) până la schimbătoare de căldură complexe. Aceste corelații sunt funcții de alte numere adimensionale, care diferă în funcție de mecanismul advecției (naturală, forțată sau mixtă).

Convecția forțată se produce atunci când mișcarea fluidului este produsă de forțe externe (ventilatoare, suflante, pompe etc). În acest caz, numărul Nusselt este o funcție de două numere adimensionale: Reynolds și Prandtl.

$$Nu = f(Re, Pr). \quad (\text{II.5})$$

Numărul Reynolds (Re) reprezintă raportul dintre forțele de inerție și cele de vâscozitate, și caracterizează regimul de curgere: laminar, tranzitoriu sau turbulent.

$$Re = \frac{u_{\infty} \cdot L}{\nu}. \quad (\text{II.6})$$

în care:

- $u_{\infty} [\text{ms}^{-1}]$: viteza fluidului neperturbat;
- $\nu [\text{m}^2\text{s}^{-1}]$: vâscozitatea cinematică.

Numărul Prandtl (Pr) este definit ca raportul între vâscozitatea cinematică și difuzivitatea termică a fluidului. Acest număr poate avea o dependență semnificativă față de temperatură, iar neglijarea acestei dependențe se face cu bun simț ingineresc. Pentru fluidele uzuale (apă, aer), acest criteriu este tratat ca o constantă.

$$Pr = \frac{\nu}{a}. \quad (\text{II.7})$$

în care $a [\text{m}^2\text{s}^{-1}]$ este difuzivitatea termică a fluidului.

În cazul convecției libere, mărimea care caracterizează curgerea este numărul adimensional Grashof:

$$Gr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}, \quad (\text{II.8})$$

unde:

- $g [ms^{-2}]$: accelerația gravitațională;
- $\beta [K^{-1}]$: coeficientul de compresibilitate izocoră;

Numărul Grashof reprezintă raportul dintre forțele arhimedice și forțele de viscozitate. Produsul dintre acest număr și numărul Prandtl este numărul Rayleigh:

$$Ra = GrPr = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha}, \quad (\text{II.9})$$

II.2. Transferul de căldură de la cilindri în cazul convecției forțate

Fie un cilindru circular peste care curge un fluid cu viteza din amonte u_{am} ca în Figura II.1. Se deosebesc următoarele elemente:

- u_{am} : viteza fluidului în amonte, considerată constantă, fără variații pe direcția perpendiculară curgerii;
- s : direcția tangențială pe circumferința cilindrului;
- $u_\infty(s)$: viteza fluidului neperturbată;
- D : diametrul cilindrului;
- φ : unghiul de poziție, măsurat de la punctul de stagnare în sens orar;
- *punctul de stagnare*: reprezintă punctul de pe cilindru unde viteza fluidului este zero;
- *punctul de separare*: reprezintă punctul de pe stratul limită hidrodinamic de la care curgerea se separă (gradientul de presiune devine negativ, $dp/dx < 0$);
- *zona de recirculare, siajul*: este zona de după cilindru unde fluidul rămâne „prins” și este caracterizată de o curgere turbulentă, formându-se vârtejuri.
- *stratul limită hidrodinamic*: este stratul de fluid care se formează pe suprafață, cuprins între $u = 0$ și $u = 0,99 u_\infty$. Grosimea stratului limită hidrodinamic se notează de obicei cu δ .

Concomitent cu formarea stratului limită hidrodinamic se formează și stratul limită termic, care se definește ca stratul cuprins între suprafața cilindrului și un contur imaginar, unde diferența de temperatură între temperatura suprafeței și temperatura fluidului este 0,99% din diferența dintre temperatura suprafeței și temperatura curentului de fluid neperturbat:

$$\frac{T_s - T}{T_s - T_\infty} = 0,99. \quad (\text{II.10})$$

Grosimea stratului limită termic se notează de obicei cu δ_t . Numărul Nusselt mediu este:

$$Nu = \frac{1}{\pi D} \int_0^{2\pi} Nu_\varphi d\varphi, \quad (\text{II.11})$$

unde:

- D : diametrul cilindrului;
- Nu_φ : numărul Nusselt local;

Se observă că în Figura II.3. Variația numărului Nusselt local în jurul unui cilindru pentru $Re = 120$ și $Pr = 0,7$, rezultatele studiilor numerice și experimentale arată o variație mare a numărului Nusselt local funcție de unghiul φ , cu un maxim la punctul de stagnare și o scădere considerabilă în zona de siaj. [21] [22]

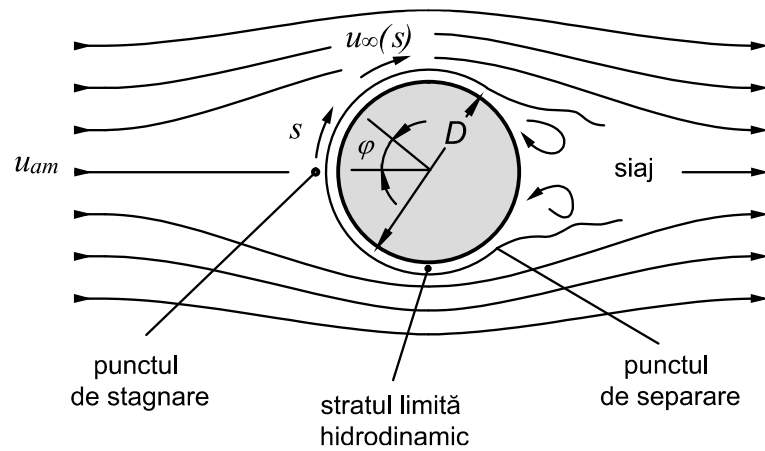


Figura II.1. Curgerea transversală peste cilindru, [23]

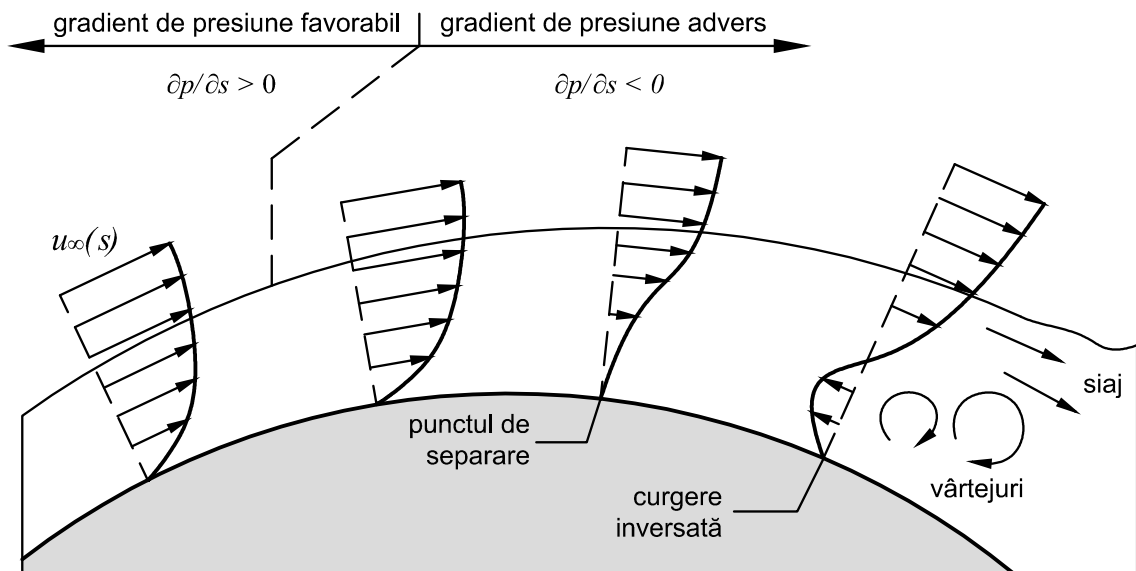


Figura II.2. Profilul vitezei în stratul limită hidrodinamic, [24]

Există numeroase corelații determinate pe căi empirice și numerice în literatura de specialitate, printre cele mai cunoscute fiind [24]:

- Hilpert, pentru $Re = 0,4 - 400.000$, [25]

$$Nu = CRe^m Pr^{1/3}, \quad (II.12)$$

unde parametrii C și m depind de numărul Reynolds.

- Zhukauskas, pentru $Re = 1 - 10^6$ și $Pr = 0,7 - 500$, [26]

$$Nu = CRe^m Pr^n (Pr / Pr_s)^{1/4}, \quad (II.13)$$

unde Pr_s este numărul Prandtl calculat la temperatura T_s .

- Churchill și Bernstein, recomandată pentru $RePr > 0,2$ și $Re = 1 - 10^6$, [27]

$$Nu = 0,3 + \frac{0,62 Re^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + (0,4 / Pr)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re}{282.000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}. \quad (II.14)$$

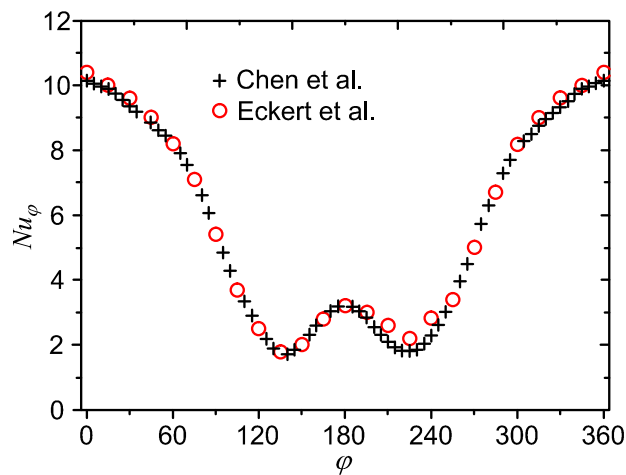


Figura II.3. Variația numărului Nusselt local în jurul unui cilindru pentru $Re = 120$ și $Pr = 0,7$, [21] [22]

II.3. Transferul de căldură de la cilindri în cazul convecției naturale

Fie un cilindru așezat orizontal care este imersat într-un fluid. În secțiune, acest cilindru este prezentat în Figura II.4. Convecția naturală de la un cilindru încălzit. Ca și în cazul convecției forțate, și în convecția naturală există numeroase relații în literatura de specialitate cu ajutorul cărora se poate determina numărul Nusselt. Ele se împart în două categorii: pentru temperatură cunoscută și pentru flux termic cunoscut.

Boetcher a sintetizat din literatura de specialitate principalele relații folosite în prezent [28]. Câteva dintre aceste relații sunt prezentate în **Tabelul II.1** și **Tabelul II.2**.

Valorile numărului Nusselt local funcție de unghiul θ tabelate de Kuehn și Goldstein [29] în cazul cilindrului izoterm și de Qureshi și Ahmad [30] în cazul cilindrului cu flux termic constant, au fost puse în Figura II.5 și Figura II.6.

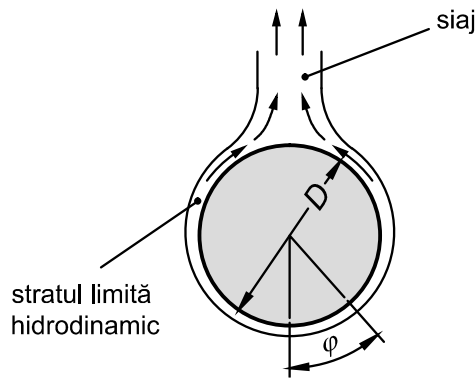


Figura II.4. Convecția naturală de la un cilindru încălzit, [24]

Tabelul II.1. Corelații pentru numărul Nusselt în cazul convecției naturale de la cilindri așezați orizontal cu temperatura suprafeței cunoscută, [28]

1	Autori	Tsubouchi și Masuda
	Relație	$Nu = 0,36 + 0,518 \left(\frac{GrPr}{\left[1 + (0,559 / Pr)^{9/16} \right]^{16/9}} \right)^{1/4}$
	Ra	$10^{-6} \leq Ra \leq 10^9$
2	Autori	Churchill și Chu
	Relație	$Nu^{1/2} = 0,6 + 0,387 \left(\frac{Gr Pr}{\left[1 + (0,599 / Pr)^{9/16} \right]^{16/9}} \right)^{1/6}$
	Ra	$10^{-11} \leq Ra \leq 10^9$
3	Autori	Nakai și Okazaki
	Relație	$\frac{2}{Nu} = \frac{1}{3} \ln E - \frac{1}{3} \ln \left(\frac{NuGr}{16} \right)$ $E = 3,1(Pr + 9,4)^{1/2} Pr^{-2}$
	Gr	$10^{-9} \leq Gr \leq 10^{-1}$
4	Autori	Kuehn și Goldstein
	Relație	$\frac{2}{Nu} = \ln \left[1 + \frac{2}{\left[\left\{ 0,518 Ra^{1/4} \left[1 + \left(\frac{0,559}{Pr} \right)^{3/5} \right]^{-5/12} \right\}^{15} + (0,1 Ra^{1/3})^{15} \right]^{1/15}} \right]$
	Gr	$0,7 \leq Pr \leq 3090$
	Ra	$2,5 \cdot 10^2 \leq Ra \leq 2 \cdot 10^7$

Tabelul II.2. Corelații pentru numărul Nusselt în cazul convecției naturale de la cilindri așezați orizontal cu flux termic constant la suprafață, [28] [31]

1	Autor	Dyer
	Relație	$Nu = 0,61(Ra^*)^{0,192}$
	Ra	$10^3 \leq Ra^* \leq 10^{10}$
2	Autor	Wilks
	Relație	$Nu = 0,579 \left(\frac{Ra}{[1 + (0,442 / Pr)^{9/16}]^{16/9}} \right)^{1/4}$
	Pr	$10^{-1} \leq Pr \leq 10^2$
3	Autori	Qureshi și Ahmed
	Relație	$Nu = 0,8(Ra^*)^{0,175}$
	Ra	$10^0 \leq Ra^* \leq 10^7$
	Pr	0,7

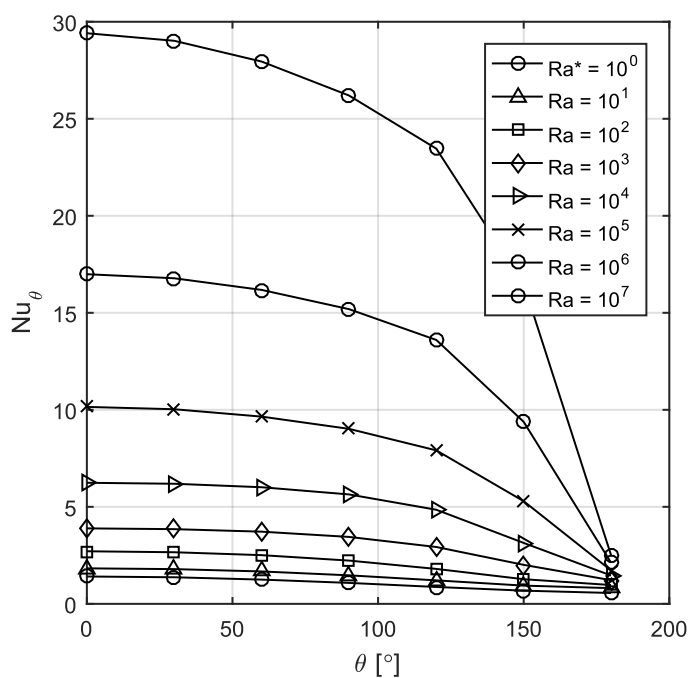


Figura II.5. Variația numărului Nusselt local în funcție de unghiul θ în cazul convecției în jurul unui cilindru izoterm cu $Pr = 0,7$

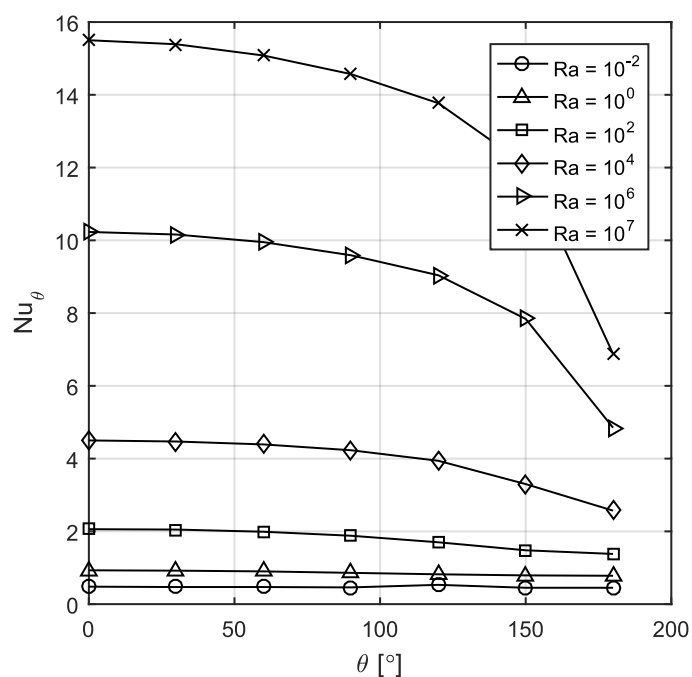


Figura II.6. Variația numărului Nusselt local în funcție de unghiul θ în cazul convecției în jurul unui cilindru cu flux termic constant cu $Pr = 0,7$

Se poate observa din ambele figuri că valoarea minimă a numărului Nusselt local se găsește la $\theta = 180^\circ$, iar valoarea maximă se găsește la $\theta = 0^\circ$, pentru toate valorile ale numărului Rayleigh. De asemenea, se observă că la numere Rayleigh mici variația lui Nu_θ cu unghiul θ este mică, ea devenind mai accentuată cu cât numărul Rayleigh crește.

Capitolul III. Stadiul actual al metodelor de intensificare a convecției de la cilindri așezați orizontal

Dacă ne referim la un schimbător de căldură oarecare în care nu există transformare de fază a fluidului, metodele de intensificare a transferului de căldură se pot încadra în trei categorii: pasive, active și mixte [32].

Metode pasive: Sunt metodele care nu presupun intervenția unor factori externi, efectele de intensificare inducându-se prin utilizarea diferitelor forme geometrice, creșterea suprafeței schimbului de căldură prin utilizarea aripioarelor, modificarea regimului de curgere a fluidului ș.a.m.d.

Metode active: Presupun intervenția din exterior a unor forțe mecanice, electrice sau magnetice. Aceste forțe pot induce pulsații ale curgerii fluidului, mișcări oscilatorii ale corpurilor de schimb de căldură ș.a.m.d.

Metode mixte: Combină metodele pasive cu cele active.

III.1. Metode pasive

Hsu (2021) a studiat transferul de căldură în curgerea peste un cilindru străpuns de un canal rectangular pe direcție radială. Folosind metode numerice a arătat că prezența canalului, față de cazul normal – duce la o creștere a numerelor Nusselt local și mediu. Simulările au fost efectuate pentru numere Reynolds cuprinse între 100 și 500, cu un număr Prandtl constant de 0,7. De asemenea, a arătat că pentru diferite valori ale numărului Reynolds, există un unghi critic unde numărul Nusselt mediu este maxim, efectul fiind mai mare cu cât numărul Reynolds este mai mare. [33]

O altă metodă de intensificare a transferului termic convectiv este alegerea altor forme geometrice asemănătoare cu cilindrul. Chamoli et al (2019) au studiat prin metode numerice curgerea peste cilindri în formă de camă. Analiza a fost făcută pentru numere Reynolds de 100 și 200, iar numărul Prandtl de 0,7. Profilul camei era format din două cercuri cu diametre diferite, unite prin două linii tangente la ambele cercuri. Ei au arătat că folosirea acestui profil de camă a dus la creșterea numărului Nusselt mediu față de un cilindru simplu cu același perimetru [34].

Bai et al (2023) au investigat transferul de căldură convectiv pentru un tip de cilindru cu secțiune circulară cu diametru variabil în direcție longitudinală, variația fiind sinusoidală. Pentru analiză au folosit modelul numeric de simulare a vârtejurilor mari (în engleză: *large eddy simulation* – LES). Rezultatele au arătat că o astfel de geometrie duce la scăderea transferului de căldură față de cilindrul de secțiune constantă. Analiza a fost făcută pentru curgere transversală cu numărul Reynolds $Re = 3000$ și numărul Prandtl $Pr = 0,7$ [35].

Pawar et al (2020) au studiat pe cale numerică convecția termică forțată în cazul unui cilindru de secțiune semi circulară-semi dreptunghiulară. Rezultatele au arătat un număr Nusselt mediu mai mare decât în cazul cilindrului de secțiune dreptunghiulară. Analiza a fost

făcută pentru curgere transversală cu numărul Reynolds cuprins între 40 și 160 – și un unghi de incidență cuprins între 0° și 180° [36].

Sun et al (2021) au studiat curgerea peste doi cilindri în tandem, sprijiniți elastic și care sunt lăsați să oscileze pe direcție verticală. Oscilația este indusă de curgere. Curgerea este laminară, căldura se transmite prin convecție de la cilindru la fluid. Numărul Reynolds este 150, iar numărul Prandtl 0,7. Autorii au arătat că pentru cilindrul aflat în amonte s-a înregistrat un număr Nusselt mediat pe timp cu 28,3% mai mare față de cazul când cilindrul este fix. Cilindrul din aval are tot timpul o convecție diminuată datorită faptului că se află în siajul provocat de cilindrul din amonte [37].

Bhadauriya et al (2018) au studiat curgerea bidimensională peste un cilindru cu secțiune în formă de camă, porțiunea circulară fiind în amonte, iar cea dreptunghiulară în aval. Cilindrul este așezat într-un canal, iar efectul raportului dintre diametrul cilindrului și înălțimea este analizat. Ei au găsit că numărul Nusselt mediu crește odată cu creșterea acestui raport [38].

Boules et al (2021) au analizat pe cale experimentală influența plasării pe suprafața cilindrilor a unor straturi de metal cu porozitate mare, asemănătoare unor bureți, în cazul convecției forțate pe direcție transversală. Suprafața cilindrilor a fost încălzită cu flux termic uniform, iar criteriul Reynolds considerat a luat valori în intervalul 7500 – 18000. Diferite configurații ale curgerii au fost analizate, iar rezultatele au arătat că pentru toate cazurile materialul plasat pe cilindri duce la creșterea transferului de căldură [39].

III.2. Metode active

Transferul de căldură în curgerea laminară peste un cilindru având mișcări oscilatorii a fost studiat de către Luo et al (2021) folosind metoda numerică a volumului finit. Simulările au fost efectuate pentru valori ale numărului Reynolds de: 197, 248 și 296. Rezultatele studiului au arătat o creștere a transferului de căldură convectiv și a pus în evidență influența unor parametri cum ar fi: amplitudinea, unghiul și frecvența oscilațiilor [40].

Gaheen et al (2021) au studiat pe cale experimentală influența curgerii pulsatorii asupra transferului de căldură convectiv de la un cilindru încălzit cu așezare atât verticală cât și orizontală. Frecvența pulsației a fost cuprinsă în intervalul 1-12 Hz, iar numărul Reynolds în intervalul 10200 – 20400. Studiul a arătat că viteza și coeficientul convectiv de transfer de căldură sunt sensibile la variația frecvenței pulsației curgerii. De asemenea, s-a obținut o creștere a coeficientului de convecție termică maximă la o frecvență a pulsației de 9 Hz, unde, față de curgerea staționară creșterea a fost de 8,33% pentru cazul poziționării orizontale și 11,11% pentru cea verticală [41].

Liu et al (2017) au analizat prin metode numerice curgerea peste doi cilindri în tandem. În afară de amestecarea fluidului datorată formării naturale de vârtejuri, o contribuție suplimentară este adăugată prin oscilația vitezei în amonte. Diferite frecvențe și amplitudini ale acestor oscilații au fost studiate, iar rezultatele arată numere Nusselt mediate pe timp mai mari față de cazul când viteza este constantă. [42]

Abu-Nada et al (2008) au studiat convecția mixtă a nanofluidelor în cazul unui cilindru orizontal aflat în mișcare de rotație în jurul propriei axe utilizând metoda volumului finit [43].

Ma et al (2015) au studiat pe cale experimentală convecția forțată de la un cilindru c diametru mare aflat în mișcare de rotație în jurul propriei axe. Pentru a face posibil experimentul, un termocuplu special de dimensiuni reduse a trebuit proiectat pentru a măsura distribuția de temperatură în stratul limită termic la diferite viteze de rotație. Rezultatele au arătat existența unui număr Reynolds de rotație critic. Sub acest număr, variația numărului Nusselt este nesemnificativă, iar peste acest număr crește odată cu creșterea numărului Reynolds [44].

Fu et al (1993) au studiat efectul rotației cilindrilor din spațiile limitate asupra transferului de căldură prin convecție liberă. Incinta considerată avea formă dreptunghiulară cu laturile de sus și jos izolate adiabatic, iar cele laterale impuse la temperaturi diferite. Rezultatele determinate cu ajutorul metodei elementului finit arată că transferul termic are o creștere importantă și depinde puternic de sensul de rotație al cilindrului [45].

III.3. Metode de intensificare a transferului de căldură prin utilizarea suprafețelor ondulate

Utilizarea suprafețelor ondulate în cazul cilindrilor are ca rol intensificarea transferului de căldură prin convecție naturală sau forțată. Modelarea convecției în cazul acestor suprafețe prezintă dificultăți din cauza discretizării domeniului spațial [46].

Nabavizadeh et al (2012) au studiat convecția naturală de la o incintă încălzită de formă care conținea un cilindru ondulat rece folosind metoda rețelei Boltzmann. Ondulațiile cilindrului au fost descrise de o funcție sinusoidală, iar analiza a luat în considerare diferite numere de ondulații, amplitudini, unghiuri de rotație și numere Rayleigh. Rezultatele studiului au concluzionat că numărul Nusselt crește odată cu creșterea amplitudinii, iar numărul de ondulații poate duce la creșterea sau scăderea lui. De asemenea, s-a constatat că unghiul de rotație are un efect neglijabil asupra numărului Nusselt [47].

Alhashash (2014) a studiat convecția naturală de la cilindri ondulați în spații închise poroase umplute cu un nanofluid folosind o metodă numerică. Conform afirmațiilor lui, la nivelul anului 2014 nu existau alte studii similare în literatura de specialitate [46].

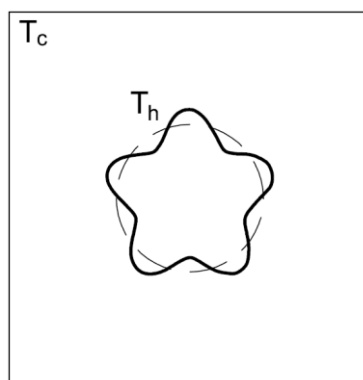


Figura III.1. Adaptare după figura originală a domeniului spațial analizat de către Alhashash (2014), [46]

În cercetarea lor s-a urmărit influența amplitudinii, frecvenței și numărului Darcy asupra transferului convectiv. Rezultatele cercetării au arătat că îndeobște, utilizarea ondulațiilor duce la diminuarea transferului de căldură, cu excepția câtorva cazuri când este mai mare față de un cilindru neted.

Abdulkadhim et al (2019) au realizat un studiu similar cu cel al lui Alhashash și au analizat prin metode numerice convecția liberă de la cilindri ondulați aflați într-un mediu poros umplut cu nanofluid. În cazul lor, pereții spațiului închis erau la rândul lor ondulați [48].

Allah H. et al (2024) au realizat un studiu despre convecția magnetohidrodinamică de la un cilindru ondulat poros aflată într-o incintă cu pereți de asemenea ondulați. Modelarea s-a realizat cu ajutorul metodei elementului finit. Incinta este umplută cu un nanofluid și straturi de materiale poroase [49].

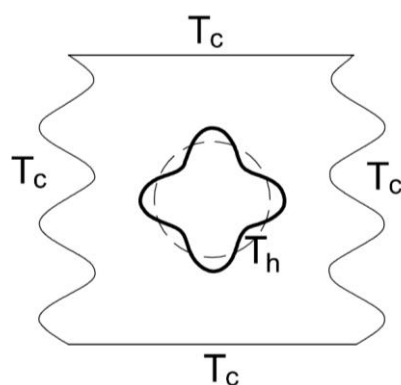


Figura III.2 Adaptare după desenul original al domeniului spațial analizat de Abdulkadhim et al, [48]

Hong (2017) et al au studiat comportarea tuburilor ondulate din perspectiva curgerii și transferului de căldură în cazul convecției forțate. În analiza lor au test diferite numere de ondulații ($N = 1, 2, 3$ și 4), aranjarea pe direcție longitudinală, amplitudinea și adâncimea ondulațiilor. Intervalul de numere Reynolds a fost $7500 - 20000$, iar pe suprafața cilindrului s-a considerat temperatură constantă (condiție la limită de speța I). În urma simulărilor numerice s-a constatat o îmbunătățire a transferului de căldură față de un tub circular neted, iar în cazul unei configurații s-a obținut un maxim. Autorii indică un potențial mare a acestor tipuri de tuburi în îmbunătățirea eficienței schimbătoarelor de căldură [50].

Convecția naturală de la un cilindru ondulat aflat într-o încăpere de formă semi-parabolică umplută cu un nanofluid a fost studiată de Hameed et al (2025). În analiza lor au fost luate în considerare criteriul Rayleigh, numărul de ondulații, parametrul Casson, fracția volumică de nanoparticule și unghiul de rotație a incintei. Rezultatele au arătat că există o configurație optimă la care transferul de căldură este maxim, și că efectul pe care îl are suprafața ondulară este mai mare la numere Rayleigh mici [51].

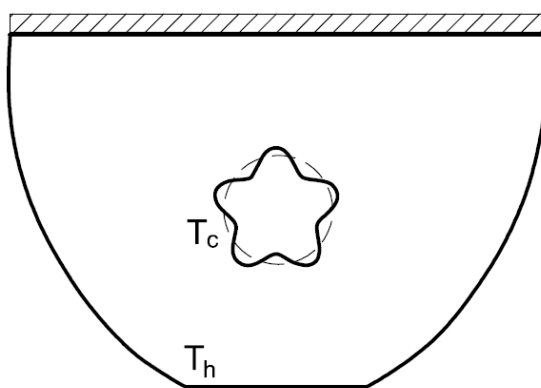


Figura III.3. Adaptare după desenul original a domeniului spațial analizat de Hameed et al, [51]

Daiz et al (2024) au analizat prin metoda cu element finit convecția liberă dintre un cilindru încălzit cu suprafață ondulată și un cilindru circular. Studiul a luat în considerare variația criteriului Rayleigh, numărul de ondulații, conductivitatea termică și unghiul de înclinație al cilindrului ondulat. Rezultatele analizei au arătat că transferul termic scade cu 16.3% odată cu creșterea numărului de ondulații de la 3 la 18 [52].

Abdelmalek et al (2020) au realizat un studiu cuprinzător a transferului de căldură de la cilindri cu suprafețe ondulate plasați într-o incintă rectangulară care conține un nanofluid. Diferite configurații ale cilindrului ondulat au fost analizate utilizând metoda volumului finit controlat. S-a constatat că la creșterea numărului de ondulații, transferul de căldură are o tendință crescătoare ca urmare a creșterii suprafeței de schimb de căldură [53].

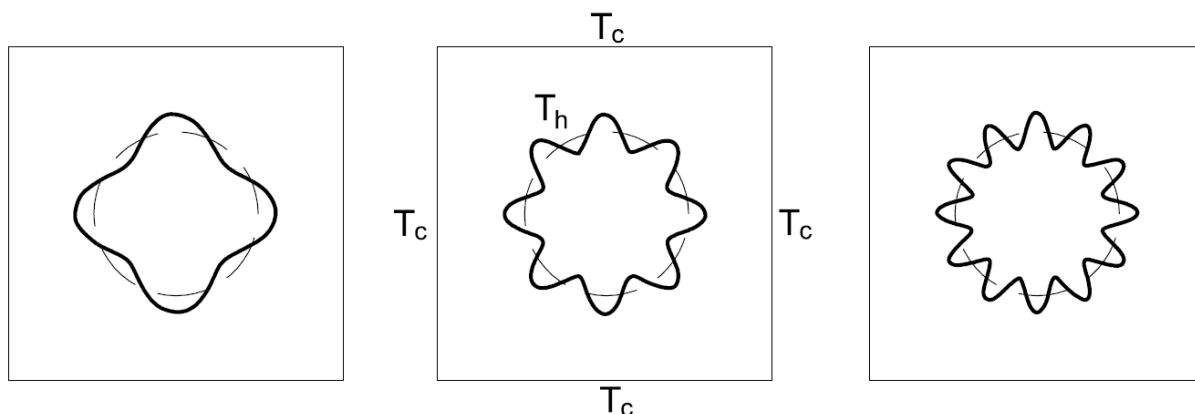


Figura III.4. Adaptare după desenul original al câtorva geometrii utilizate de Abdelmalek et al, [53]

Alhashash și Saleh (2023) au studiat convecția liberă a nanofluidelor de la un cilindru sinusoidal (cu suprafața deschisă de o funcție sinusoidală) aflat într-o incintă rectangulară. Studiul a utilizat metoda elementului finit și a luat în considerare variația concentrației medii de nanoparticule, criteriul Rayleigh, amplitudinea și numărul ondulațiilor. Rezultatele au arătat că creșterea cea mai mare a transferului termic se realizează la $N = 5$ (numărul de ondulații), $A = 0,005$ (amplitudinea ondulațiilor) și $Ra = 10^6$ [54].

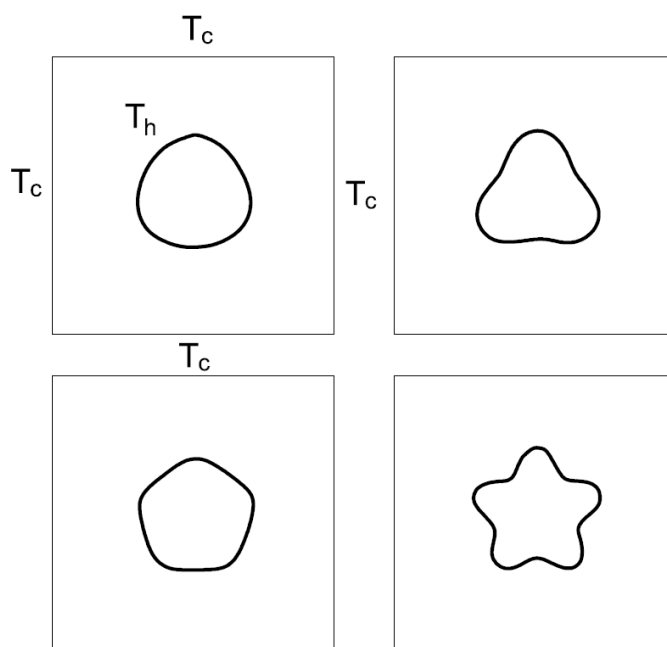


Figura III.5. Adaptare după desenele originale reprezentând câteva din domeniile spațiale analizate de Alhashash și Saleh, [54]

Capitolul IV. Modelul matematic

IV.1. Modelul numeric

Se pune problema modelării convecției libere de la un cilindru încălzit către fluidul înconjurător. Acest cilindru are raza variabilă cu unghiul α , iar funcția după care variază este o funcție periodică.

Fie domeniul bidimensional de fluid de tip coroană prezentat în Figura IV.1. Domeniul fluid. Domeniul este delimitat la interior de cercul ondulat cu raza $R_i(\alpha)$ și la exterior de cercul cu raza R_e .

Raza variabilă a cercului ondulat are următoarea expresie:

$$R_i = R_m + A \sin^2 \left(p \frac{\alpha}{2} + \phi \right) \sin(f\alpha + \varphi), \quad (\text{IV.1})$$

unde:

- R_m : raza medie a cercului ondulat;
- $\sin(f\alpha + \varphi)$: funcția care descrie undulațiile cercului;
- $A \sin^2 \left(\frac{\alpha}{2} + \phi \right)$: funcția de atenuare a undulațiilor;
- p : parametru care anulează funcția de atenuare (se alege $p = 0$ și $\phi = \pi/2$);
- ϕ : unghiul de rotație a funcției de atenuare;
- f : numărul de undulații;
- φ : unghiul de rotație a cercului ondulat.

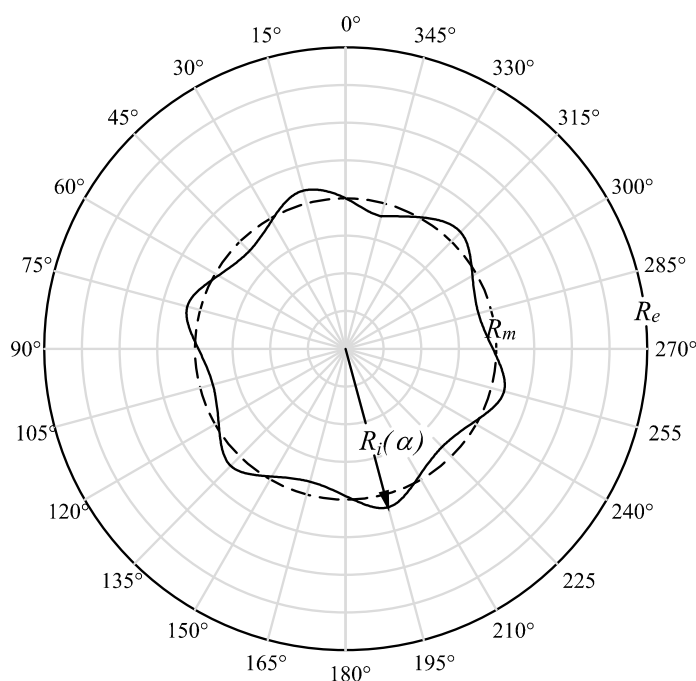


Figura IV.1. Domeniul fluid

Ecuatiile care modelează convecția liberă sunt ecuațiile diferențiale de conservare a masei, impulsului și energiei. Pentru început pornim analiza cu aceste ecuații scrise în coordonate carteziane.

Adoptăm următoarele ipoteze simplificatoare:

- densitatea fluidului este constantă (fluid incompresibil): $\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial y} = \frac{\partial \rho}{\partial T} = 0$;
- vâscozitatea cinematică este constantă (fluid newtonian): $\frac{\partial \nu}{\partial t} = \frac{\partial \nu}{\partial x} = \frac{\partial \nu}{\partial y} = \frac{\partial \nu}{\partial T} = 0$;
- curgerea este laminară ($Re < Re_{cr}$ sau $Ra < Ra_{cr}$);
- conductivitatea termică a fluidului este constantă: $\frac{\partial \lambda}{\partial t} = \frac{\partial \lambda}{\partial x} = \frac{\partial \lambda}{\partial y} = \frac{\partial \lambda}{\partial T} = 0$
- căldura specifică a fluidului este constantă: $\frac{\partial c_p}{\partial t} = \frac{\partial c_p}{\partial x} = \frac{\partial c_p}{\partial y} = \frac{\partial c_p}{\partial T} = 0$
- se neglijează pierderile prin frecarea vâscoasă.

Având în vedere aceste ipoteze, ecuațiile diferențiale sunt:

- ecuația diferențială a conservării masei:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (IV.2)$$

- ecuația diferențială a conservării energiei:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (IV.3)$$

- ecuațiile diferențiale ale conservării impulsului:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = b_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (IV.4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = b_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right), \quad (IV.5)$$

în care:

- u, v : vitezele în direcțiile x , respectiv y ;
- b_x, b_y : forțele masice specifice în direcțiile x , respectiv y ;
- p : presiunea.

Pentru rezolvarea sistemului de ecuații format din ecuațiile (IV.4) și (IV.5), avem nevoie de o ecuație suplimentară pentru presiune. Această ecuație se poate evita folosind formularea *funcție de curent – vorticitate*.

IV.1.1. Formularea funcție de curent - vorticitate

Această formulare constă în trecerea ecuațiilor diferențiale pentru conservarea impulsului din variabilele v, u în variabilele ω_z, ψ , unde ω_z este vorticitatea, iar ψ este funcția de curent. Relațiile între variabile sunt [55]:

$$\omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (\text{IV.6})$$

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad -v = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (\text{IV.7})$$

Ecuatiile diferențiale în formularea funcție de curent vorticitate sunt:

$$\frac{\partial \omega_z}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \omega_z}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \omega_z}{\partial y} = \frac{\partial b_y}{\partial x} - \frac{\partial b_x}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 \omega_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial y^2} \right) \quad (\text{IV.8})$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{IV.9})$$

Ecuatia (IV.8) reprezintă ecuația diferențială a vorticității, cu avantajele că variabila presiune a dispărut, iar conservarea masei este asigurată. Funcția de curent se determină prin rezolvarea următoarei ecuații Poisson:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega_z \quad (\text{IV.10})$$

Adimensionalizăm ecuațiile (IV.8), (IV.10) și (IV.9) prin introducerea următoarelor variabile adimensionale:

$$X = \frac{x}{D}; \quad Y = \frac{y}{D}; \quad \Omega_z = \omega_z \frac{D^2}{\nu}; \quad \Psi = \frac{\psi}{\nu}; \quad \Theta = \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty}; \quad B_x = b_x \frac{D^3}{\nu^2}; \quad B_y = b_y \frac{D^3}{\nu^2}; \quad \tau = t \frac{\nu}{D^2}$$

unde T_s este temperatura suprafeței cilindrului. Pentru cazul analizat se referă la temperatura cercului ondulat interior. După înlocuiri, rezultă ecuațiile:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \Theta}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right) \quad (\text{IV.11})$$

$$\frac{\partial \Omega_z}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \Omega_z}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \Omega_z}{\partial Y} = \frac{\partial B_y}{\partial X} - \frac{\partial B_x}{\partial Y} + \frac{\partial^2 \Omega_z}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega_z}{\partial Y^2} \quad (\text{IV.12})$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega_z \quad (\text{IV.13})$$

IV.1.2. Transformarea coordonatelor carteziene în coordonate curbilinii

Pentru cazul analizat în această teză, domeniul spațial este definit de următoarele ecuații parametrice:

$$\begin{cases} x = \left[r + \frac{R_e - r}{R_e - R_i} A \sin^2 \left(p \frac{\alpha}{2} + \phi \right) \sin(f\alpha + \varphi) \right] \cos(\alpha) \\ y = \left[r + \frac{R_e - r}{R_e - R_i} A \sin^2 \left(p \frac{\alpha}{2} + \phi \right) \sin(f\alpha + \varphi) \right] \sin(\alpha) \end{cases} \quad (IV.14)$$

Un exemplu de domeniu generat cu relațiile (IV.14) este prezentat în **Figura IV.2**.

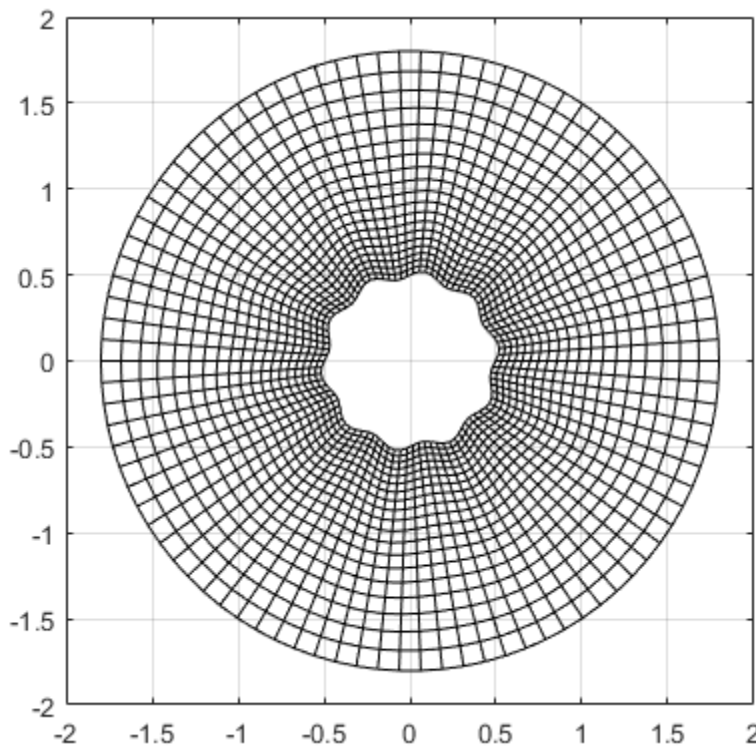


Figura IV.2. Exemplu de domeniu spațial cuprins între cercul interior ondulat și cercul simplu exterior

În continuare, ecuațiile diferențiale (IV.11), (IV.12) și (IV.13) sunt transformate din coordonatele carteziene X , Y în coordonatele curbilinii r , α , în conformitate cu relațiile parametrice (IV.14) [56].

Pentru un scalar general φ , transformarea derivatelor de ordinul întâi din domeniul cartezian în cel curbiliniu se face cu următoarele relații:

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial X} = \frac{1}{J} \frac{\partial Y}{\partial \alpha} \frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{1}{J} \frac{\partial Y}{\partial r} \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial Y} = -\frac{1}{J} \frac{\partial X}{\partial \alpha} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{J} \frac{\partial X}{\partial r} \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} \end{cases} \quad (IV.15)$$

Derivatele de ordinul doi se transformă cu următoarele relații:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial X^2} = \frac{1}{J} \frac{\partial Y}{\partial \alpha} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{J} \frac{\partial Y}{\partial \alpha} \frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{1}{J} \frac{\partial Y}{\partial r} \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} \right) - \frac{1}{J} \frac{\partial Y}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{1}{J} \frac{\partial Y}{\partial \alpha} \frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{1}{J} \frac{\partial Y}{\partial r} \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} \right) \\ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial Y^2} = \frac{1}{J} \frac{\partial X}{\partial \alpha} \frac{\partial}{\partial r} \left(-\frac{1}{J} \frac{\partial X}{\partial \alpha} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{J} \frac{\partial X}{\partial r} \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} \right) - \frac{1}{J} \frac{\partial X}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(-\frac{1}{J} \frac{\partial X}{\partial \alpha} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{J} \frac{\partial X}{\partial r} \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} \right) \end{cases} \quad (IV.16)$$

După niște calcule laborioase, se ajunge la următoarea formă:

– conservarea energiei

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + \left(K_{1Y} \frac{\partial \Psi}{\partial r} - K_{2Y} \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} \right) \left(K_{1X} \frac{\partial \Theta}{\partial r} - K_{2X} \frac{\partial \Theta}{\partial \alpha} \right) \\ & - \left(K_{1X} \frac{\partial \Psi}{\partial r} - K_{2X} \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} \right) \left(K_{1Y} \frac{\partial \Theta}{\partial r} - K_{2Y} \frac{\partial \Theta}{\partial \alpha} \right) \\ & = \frac{1}{Pr} \left(C_1 \frac{\partial^2 \Theta}{\partial r^2} + C_2 \frac{\partial \Theta}{\partial r} + C_3 \frac{\partial \Theta}{\partial \alpha} + C_4 \frac{\partial^2 \Theta}{\partial r \partial \alpha} + C_5 \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \alpha^2} \right) \end{aligned} \quad (IV.17)$$

– ecuația vorticității

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \Omega_Z}{\partial \tau} + \left(K_{1Y} \frac{\partial \Psi}{\partial r} - K_{2Y} \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} \right) \left(K_{1X} \frac{\partial \Omega_Z}{\partial r} - K_{2X} \frac{\partial \Omega_Z}{\partial \alpha} \right) \\ & - \left(K_{1X} \frac{\partial \Psi}{\partial r} - K_{2X} \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} \right) \left(K_{1Y} \frac{\partial \Omega_Z}{\partial r} - K_{2Y} \frac{\partial \Omega_Z}{\partial \alpha} \right) = \left(K_{1X} \frac{\partial B_Y}{\partial r} - K_{2X} \frac{\partial B_Y}{\partial \alpha} \right) \\ & - \left(K_{1Y} \frac{\partial B_X}{\partial r} - K_{2Y} \frac{\partial B_X}{\partial \alpha} \right) + C_1 \frac{\partial^2 \Omega_Z}{\partial r^2} + C_2 \frac{\partial \Omega_Z}{\partial r} + C_3 \frac{\partial \Omega_Z}{\partial \alpha} + C_4 \frac{\partial^2 \Omega_Z}{\partial r \partial \alpha} + C_5 \frac{\partial^2 \Omega_Z}{\partial \alpha^2} \end{aligned} \quad (IV.18)$$

– ecuația funcției de curent

$$C_1 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} + C_2 \frac{\partial \Psi}{\partial r} + C_3 \frac{\partial \Psi}{\partial \alpha} + C_4 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r \partial \alpha} + C_5 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \alpha^2} = -\Omega_Z \quad (IV.19)$$

IV.1.3. Metoda diferențelor finite

Derivatele din ecuațiile (IV.17), (IV.18) și (IV.19) se aproximează utilizând diferențe finite. Metoda diferențelor finite constă în exprimarea derivatelor funcție de valori discrete dintr-un câmp scalar sau vectorial.

Derivatele approximate cu diferențe finite ale scalarului φ sunt [57]:

– aproximări folosind diferențe finite de ordinul întâi „spre înainte” :

$$\frac{\partial \varphi_{i,j}^k}{\partial \tau} \approx \frac{\varphi_{i,j}^{k+1} - \varphi_{i,j}^k}{\Delta \tau} \quad (IV.20)$$

– aproximări folosind diferențe finite de ordinul întâi „centrală”:

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_{i,j}^k}{\partial r} \approx \frac{\varphi_{i+1,j}^k - \varphi_{i-1,j}^k}{2\Delta r} \\ \frac{\partial \varphi_{i,j}^k}{\partial \alpha} \approx \frac{\varphi_{i,j+1}^k - \varphi_{i,j-1}^k}{2\Delta \alpha} \end{cases} \quad (IV.21)$$

– aproximări folosind diferențe finite de ordinul doi „centrală”:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \varphi_{i,j}^k}{\partial r^2} \approx \frac{\varphi_{i+1,j}^k - 2\varphi_{i,j}^k + \varphi_{i-1,j}^k}{\Delta r^2} \\ \frac{\partial^2 \varphi_{i,j}^k}{\partial \alpha^2} \approx \frac{\varphi_{i,j+1}^k - 2\varphi_{i,j}^k + \varphi_{i,j-1}^k}{\Delta \alpha^2} \end{cases} \quad (IV.22)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_{i,j}^k}{\partial r \partial \alpha} \approx \frac{\varphi_{i-1,j+1}^k - \varphi_{i+1,j+1}^k - \varphi_{i-1,j-1}^k + \varphi_{i+1,j-1}^k}{4\Delta r \Delta \alpha} \quad (IV.23)$$

Alegerea diferenței finite de ordinul întâi „spre înainte” pentru derivata scalarului φ în raport cu timpul face ca schema cu diferențe finite să fie explicită în timp. Pentru o schemă implicită în timp folosim diferență finită „spre înapoi”:

$$\frac{\partial \varphi_{i,j}^k}{\partial \tau} \approx \frac{\varphi_{i,j}^k - \varphi_{i,j}^{k-1}}{\Delta \tau} \quad (IV.24)$$

Aplicăm aceste aproximări derivatelor din ecuațiile (IV.17), (IV.18) și (IV.19). Cu ajutorul programului unui program MATLAB, s-au ajuns la niște forme, care din cauza complexității mari au fost anexate în Anexa I. Pentru schema implicită în timp, forma compactă a ecuațiilor este:

$$\begin{cases} Z_{i,j}^{\Theta} \Theta_{i,j} + Z_{i+1,j}^{\Theta} \Theta_{i+1,j} + Z_{i-1,j}^{\Theta} \Theta_{i-1,j} + Z_{i,j+1}^{\Theta} \Theta_{i,j+1} + Z_{i,j-1}^{\Theta} \Theta_{i,j-1} \\ + Z_{i+1,j+1}^{\Theta} \Theta_{i+1,j+1} + Z_{i+1,j-1}^{\Theta} \Theta_{i+1,j-1} + Z_{i-1,j+1}^{\Theta} \Theta_{i-1,j+1} + Z_{i-1,j-1}^{\Theta} \Theta_{i-1,j-1} = F_{i,j}^{\Theta} \\ Z_{i,j}^{\Omega} \Omega_{i,j} + Z_{i+1,j}^{\Omega} \Omega_{i+1,j} + Z_{i-1,j}^{\Omega} \Omega_{i-1,j} + Z_{i,j+1}^{\Omega} \Omega_{i,j+1} + Z_{i,j-1}^{\Omega} \Omega_{i,j-1} \\ + Z_{i+1,j+1}^{\Omega} \Omega_{i+1,j+1} + Z_{i+1,j-1}^{\Omega} \Omega_{i+1,j-1} + Z_{i-1,j+1}^{\Omega} \Omega_{i-1,j+1} + Z_{i-1,j-1}^{\Omega} \Omega_{i-1,j-1} = F_{i,j}^{\Omega} \\ Z_{i,j}^{\Psi} \Psi_{i,j} + Z_{i+1,j}^{\Psi} \Psi_{i+1,j} + Z_{i-1,j}^{\Psi} \Psi_{i-1,j} + Z_{i,j+1}^{\Psi} \Psi_{i,j+1} + Z_{i,j-1}^{\Psi} \Psi_{i,j-1} \\ + Z_{i+1,j+1}^{\Psi} \Psi_{i+1,j+1} + Z_{i+1,j-1}^{\Psi} \Psi_{i+1,j-1} + Z_{i-1,j+1}^{\Psi} \Psi_{i-1,j+1} + Z_{i-1,j-1}^{\Psi} \Psi_{i-1,j-1} = F_{i,j}^{\Psi} \end{cases} \quad (IV.25)$$

unde Z^{Θ} , Z^{Ω} , Z^{Ψ} sunt coeficienți, iar F^{Θ} , F^{Ω} , F^{Ψ} termenii liberi.

IV.1.4. Stabilitatea modelului numeric

Prin stabilitatea modelului se înțelege capacitatea lui de a converge spre o soluție funcție de anumiți parametri de intrare. Schema de diferențe finite folosită în această analiză este Euler (implicită), care este superioară din punct de vedere a stabilității față de cea explicită [58]. Modelul dezvoltat în această lucrare este un caz particular neîntâlnit în literatura de specialitate, și de aceea - pentru stabilirea domeniului de stabilitate se fac simulări cu diferiți parametri de intrare. Zonele în care soluția tinde asimptotic spre anumite valori sunt considerate domenii stabile.

Parametrii de intrare pentru care se face analiza stabilității sunt:

- numărul de noduri pe direcție radială și tangențială: M și N ;
- valoarea pasului de timp: $\Delta\tau$;
- numărul de iterații: p_{max} ;
- numărul Rayleigh: Ra ;
- frecvența undulațiilor: f ;
- amplitudinea undulațiilor A ;

Se introduc următorii parametri:

$$\Theta_{\min} = \min(\Theta), \quad (IV.26)$$

$$\Theta_{\max} = \max(\Theta), \quad (IV.27)$$

$$\eta = \min \left[\frac{(X_{i+1,j+1} - X_{i,j})^2 + (Y_{i+1,j+1} - Y_{i,j})^2}{(X_{i,j+1} - X_{i+1,j})^2 + (Y_{i,j+1} - Y_{i+1,j})^2} \right], \quad (IV.28)$$

$$i \in \{2, 3, \dots, M-1\}, \quad j \in \{2, 3, \dots, N-1\}$$

unde $\Theta_{\min}$ și $\Theta_{\max}$ sunt temperaturile adimensionale minimă și maximă obținute în timpul simulării. Aceste temperaturi trebuie să fie întotdeauna în intervalul $[0,1]$, adică temperaturile stabilite ca condiții la limită. Parametrul η măsoară ortogonalitatea minimă a paralelogramelor formate de nodurile rețelei. Parametrul de interes urmărit pentru a vedea stabilitatea simulării este numărul Nusselt:

$$Nu = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N r_{M+1,j} \frac{\Theta_{M+1,j} - \Theta_{1,j}}{r_{M+1,j} - r_{1,j}} \quad (IV.29)$$

IV.2. Rezultate numerice

Ecuatiile diferențiale deduse în acest capitol se particularizează prin alegerea condițiilor de univocitate specifice, și anume:

- viteza fluidului la pereți este zero, ceea ce înseamnă că derivata funcției curent trebuie o constantă pe tot conturul. Pentru simplitate, această constantă este egală cu zero:

$$\Psi(R_i, \alpha) = \Psi(R_e, \alpha) = 0 \quad (IV.30)$$

- temperatură zero pe conturul exterior, iar pe cel interior temperatura este egală cu unitatea:

$$\begin{cases} \Theta(R_e, \alpha) = 0 \\ \Theta(R_i, \alpha) = 1 \end{cases} \quad (IV.31)$$

Fiind vorba de convecție naturală, forțele masice din ecuațiile (IV.4) și (IV.5) sunt forțe arhimedice. Se consideră că această forță este zero în direcția x : $\rho b_x = 0$, și atunci rezultă că forța specifică rămasă este:

$$b_y = g\beta(T_s - T_\infty) \quad (IV.32)$$

Relația (IV.32) se mai numește aproximarea Boussinesq pentru forțele arhimedice [59]. Rezultă că forma adimensionalizată este:

$$B_y = b_y \frac{D^3}{\nu^2} = g\beta(T_s - T_\infty) \frac{D^3}{\nu^2} = Gr, \quad (IV.33)$$

unde Gr este numărul Grashof conform relației (II.8).

Deoarece funcția de curent este constantă pe contur, derivata ei în direcția conturului este zero, $\partial\Psi/\partial\alpha = 0$. Așadar, pe contur vorticitatea are expresia:

$$\Omega_z(R_i, \alpha) = \Omega_z(R_e, \alpha) = -C_1 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} - C_2 \frac{\partial \Psi}{\partial r} \quad (IV.34)$$

Cu aceste condiții la limită, sistemul de ecuații algebrice derivat și afișat în Anexa II este rezolvat utilizând formularea matriceală. Aceste sisteme de ecuații matriceale sunt construite de programul MATLAB, iar rezolvarea lor se realizează cu ajutorul funcției **mldivide** [60]. Această funcție este o funcție deja implementată în MATLAB cu ajutorul căreia se pot rezolva sisteme de ecuații liniare în formă matriceală. În **Figura IV.4** este prezentată secțiunea din schema logică a funcției care este folosită în rezolvarea sistemului de ecuații liniare. Este folosită doar această secțiune deoarece toate matricile construite în modelul numeric sunt pătratic diagonale. Utilizând funcția **spy** putem vedea cum sunt dispuse elementele nenule în matrice, în cazul de față fiind grupate în jurul diagonalei principale.

Diametrul țevii a fost ales egal cu 1, iar diametrul exterior în jur de 12, astfel încât domeniul să fie suficient de mare în raport cu țeava. Acest raport este necesar astfel încât convecția naturală în spațiu închis să fie mult mai apropiată de convecția naturală în spațiu deschis.

Pentru numărul de noduri pe direcțiile radială și unghiulară au fost alese valorile $M = 80$, respectiv $N = 180$. Față de modelările făcute în verificarea stabilității modelului numeric, pentru modelarea numerică experimentală se va folosi o distribuție liniară a nodurilor în direcție radială în loc de distribuția pătratică. Această modificare permite o implementare ușoară a discretizării mai fine în apropierea cilindrului și implicit un calcul mai precis al gradientului de temperatură. Așadar, din cele 80 de noduri dispuse în direcție radială, 10 se află în intervalul $R_s - (R_s + 1/30 R_s)$. Au fost alese aceste valori astfel încât distanța dintre noduri să fie suficient de mică pentru ca gradientii să fie calculați cât mai fidel. De asemenea, în timpul simulărilor, timpul de calcul este unul acceptabil, în jur de 3 minute pe simulare utilizând un calculator personal.

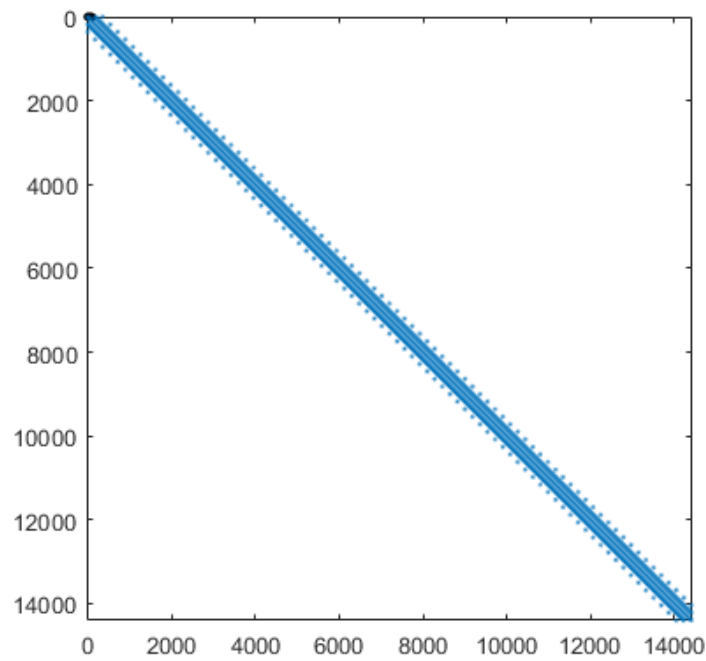


Figura IV.3. Dispunerea elementelor nenule în matricile Z_{Θ} , Z_{Ω} și Z_{Ψ}

Folosind programul MATLAB din anexa III s-au calculat numerele Nusselt în cazul convecției naturale de la cilindri cu suprafețe ondulate. Aceste numere depind de variabilele Ra , A , f și φ .

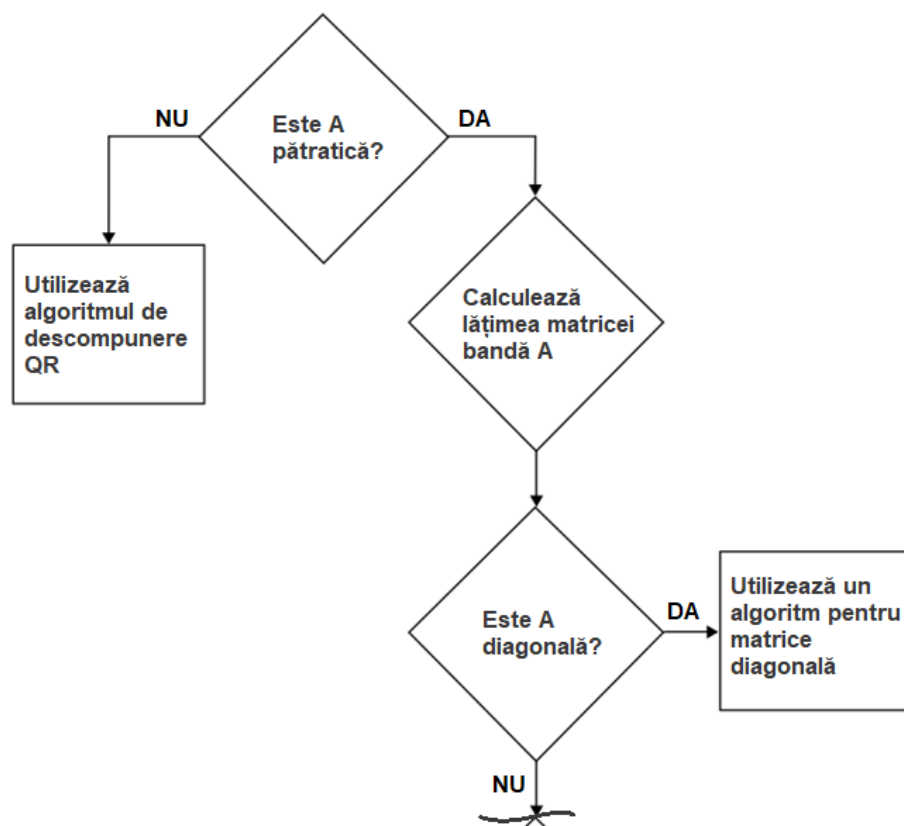


Figura IV.4. Secțiune din schema logică a funcției *mldivide* [60]

Parametrii constanți în timpul modelării sunt centralizați în următorul tabel:

Tabelul IV.1. Parametrii constanți pentru modelarea experimentală

Parametru	Simbol	Valoare
Numărul Prandtl	Pr	0,7
Numărul de noduri în direcție radială	M	80
Numărul de noduri în direcție tangențială	N	180
Pasul de timp	$\Delta \tau$	0,0003
Numărul de iterații	p_{max}	100
Diametrul mediu interior	D_i	1
Diametrul exterior	D_e	6
Temperatura pe cercul interior	$\Theta_{1,j}$	1
Temperatura pe cercul exterior	$\Theta_{M,j}$	0
Unghiul atenuării	ϕ	$\pi/4$

Rolul modelării este determinarea funcției (IV.35), unde $Nu_{A=0}$ este valoarea numărului Nusselt când amplitudinea $A = 0$, adică când este un cerc. Datorită faptului că frecvența (numărul de undulații) trebuie să fie număr întreg, funcția prezintă discontinuități.

$$Nu = Nu_{A=0} f(Ra, A, f, \varphi) \quad (IV.35)$$

Variabilele funcției iau valori pe următoarele intervale:

$$\begin{cases} Ra \in [5000, 90000] \\ A \in [0, 0,01 \text{ } 0,055] \\ f \in \{1, 2, \dots, 18\} \\ \varphi \in [-\pi, \pi] \\ p \in \{0, 1\} \end{cases}$$

Funcția se aproximează simulând convecția naturală pentru diferite seturi de valori ale variabilelor de intrare. Acoperirea uniformă a întregului domeniu este nerealistă, deoarece numărul simulărilor este foarte mare. De exemplu, dacă luăm câte 20 de valori pentru fiecare variabilă, obținem 20^4 simulări, adică un număr 160000. De aceea, apelăm la următoarea ipoteză: Funcția (IV.35) admite diferențială totală exactă pe porțiunile continue. Cu alte cuvinte, pentru o valoare fixă a frecvenței f , relația în formă diferențială se poate scrie astfel:

$$d\kappa(Ra, A, \phi) = \frac{\partial \kappa}{\partial Ra} dRa + \frac{\partial \kappa}{\partial A} dA + \frac{\partial \kappa}{\partial \phi} d\phi, \quad (IV.36)$$

unde $\kappa = Nu/Nu_{A=0}$.

Testele preliminare au că funcția κ se poate aproxima cu acuratețe folosind polinoame de gradul 6 de forma:

$$\begin{cases} \kappa(Ra) \approx \sum_{i=0}^5 a_i Ra^i \\ \kappa(A) \approx \sum_{i=0}^5 b_i A^i \\ \kappa(\varphi) \approx \sum_{i=0}^5 c_i \varphi^i \end{cases}, \quad (IV.37)$$

unde a, b, c , coeficienții polinoamelor de regresie.

Prin integrare relația (IV.36) devine:

$$\kappa = \sum_{i=0}^5 a_i Ra^i + \sum_{i=0}^5 b_i A^i + \sum_{i=0}^5 c_i \varphi^i + K, \quad (IV.38)$$

unde K este o constantă de integrare care poate fi considerată egală cu zero. Coeficienții se obțin prin potrivirea datelor numerice pe polinoamele de regresie folosind subrutina *Curve Fitting Tool* din MATLAB.

Datele numerice calculate, însemnând: numărul Nusselt, parametrul k și coeficienții din polinoamele de regresie s-au trecut în tabelele din anexa V. S-a constatat că după $f=3$, numărul Nusselt are o tendință globală descrescătoare, fapt pentru care calculele numerice s-au oprit la $f=6$.

În **Figura IV.5** este prezentată dependența parametrului κ funcție de numărul Rayleigh. Se observă că valoarea absolută cea mai mare este atunci când $f=3$, cu un punct de minim local în jurul lui $Ra = 20000$. De asemenea, la $f=3$ este și cea mai mare creșterea a lui κ funcție de Ra .

În graficul din **Figura IV.6** s-a reprezentat variația lui κ față de amplitudinea undulațiilor A . La $f=1$ creșterea lui κ este aproximativ liniară cu Ra . La $f=2$ creșterea este foarte mică la scara diagramei, iar la $f=3$ se află cele mai mari valori ale lui k , cu o creștere care se aplatizează odată cu avansul lui Ra . Și în fine, la $f=4$ se observă o scădere a lui κ odată cu creșterea lui Ra .

În **Figura IV.7** se observă o dependență de tip sinusoidal odată cu rotația cilindrului. Trebuie făcută precizarea că o rotație de 2π nu corespunde cu o rotație completă a cilindrului, ci cu o deplasare de o lungime de unde a undulațiilor. Din această cauză toate curbele apar în grafic definite pe un interval de o perioadă, cu un defazaj de $\pi/2$ între cele cu frecvențe impare și cele cu frecvențe pare.

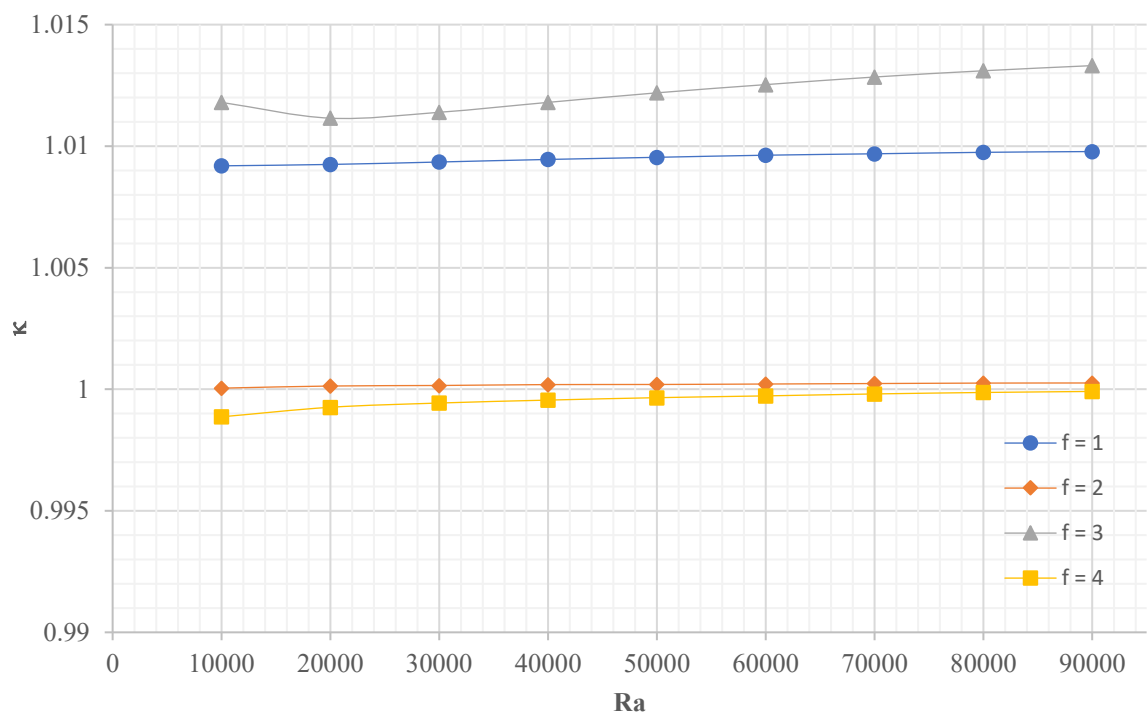


Figura IV.5. Dependența parametrului κ funcție de numărul Rayleigh pentru frecvențele $f = \{1, 2, 3, 4\}$ și $p = 0$

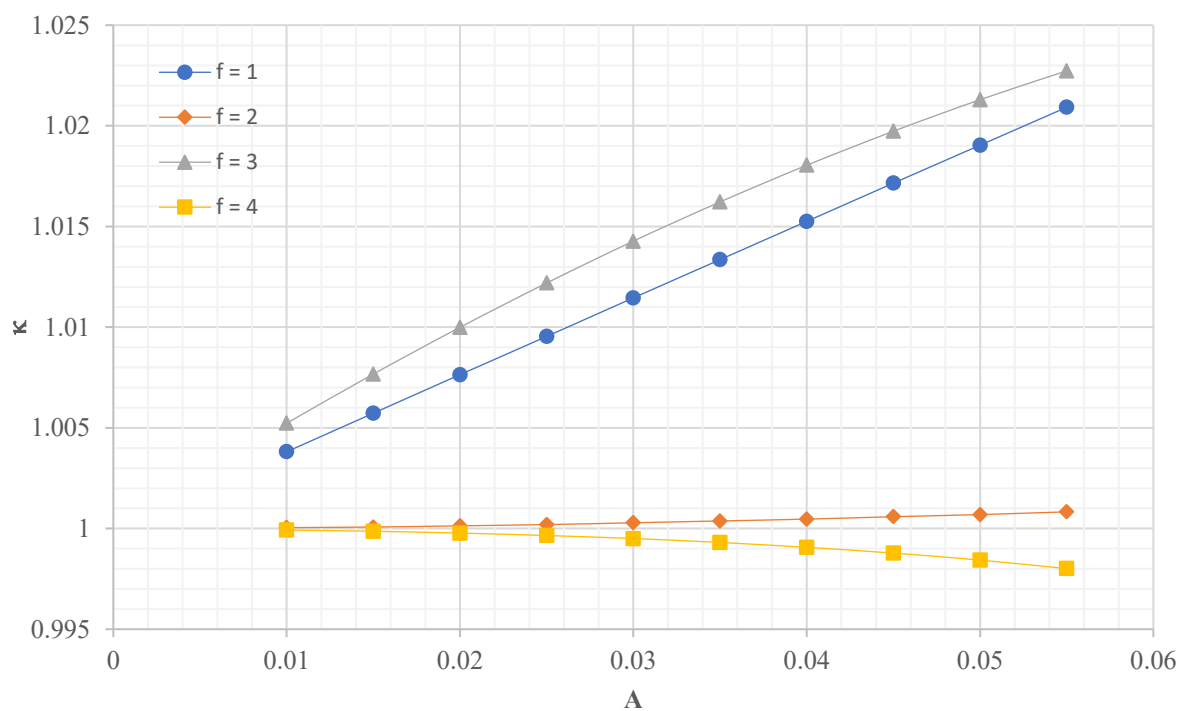


Figura IV.6. Dependența parametrului k funcție de amplitudinea undulațiilor pentru frecvențele $f = \{1, 2, 3, 4\}$ și $p = 0$

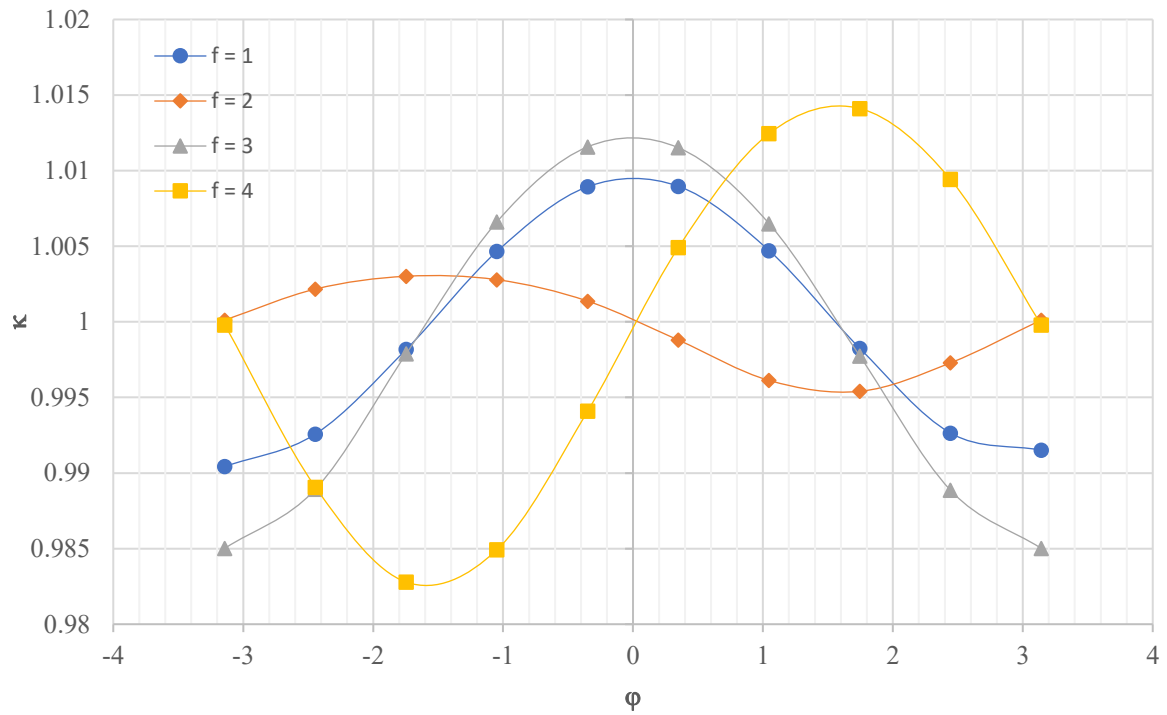


Figura IV.7. Dependența parametrului κ funcție unghiul de rotație al cilindrului pentru frecvențele $f = \{1, 2, 3, 4\}$ și $p = 0$

Pentru toate cazurile, maximum se atinge atunci la unghiul de 0 grade amplitudinea este maximă. În varianta când suprafața ondulată este atenuată pe partea inferioară ($p = 1$), nu s-au constatat îmbunătățiri în ceea ce privește intensificarea transferului convectiv în niciun caz.

Capitolul V. Validarea experimentală

V.1. Instalația experimentală și metodică

Rolul unei instalații experimentale și unei metodologii este de a recrea cât mai fidel condițiile procesului definit în ipotezele impuse din analiza teoretică. Trebuie să ținem seama că și dacă am avea instrumente de măsură cu eroare de măsurare zero, între experiment și modelare numerică nu se poate face o echivalență totală, deoarece atât în experiment cât și în modelarea numerică sunt adoptate ipoteze care idealizează anumite procese. Ipotezele care duc la divergențe între experiment și teorie sunt următoarele:

- ipoteza continuumului: în modelul teoretic fluidul este considerat un mediu continuu, divizibil la infinit. În realitate fluidul este compus din părți discrete cum ar fi atomi sau molecule;
- proprietățile fizice ale fluidului constante: viscozitatea, conductivitatea termică și densitatea sunt constante în timp, spațiu și față de alți parametri cum ar fi viteza de curgere sau temperatura. Aceste ipoteze au ca rol simplificarea sistemelor de ecuații diferențiale și implicit a rezolvării lor;
- suprafețe netede: în modelul matematic suprafețele sunt considerate perfect netede, fără a se lua în calcul efectele rugozității;
- neglijarea altor fenomene fizice: se neglijează alte schimburi, generări sau pierderi termice cum ar fi cele prin radiație, prin frecarea vâscoasă sau prin conducție cu mediul înconjurător;
- domeniu spațial bidimensional: se consideră că pe direcția perpendiculară secțiunii de curgere cilindrul se întinde la infinit și nu există efect de capăt. De asemenea toți parametrii sunt constanți pe această direcție;
- geometrie perfectă: aici trebuie să fim atenți ce înțelegem prin geometrie perfectă, deoarece într-un model numeric putem defini poligoane perfecte, dar nu și curve. Orice curbă într-un model numeric trebuie discretizată. Un cerc nu este nimic altceva decât un poligon regulat cu multe laturi;
- fără perturbații: nu există perturbații exterioare sau interioare care să interacționeze cu fenomenul analizat. În modelul numeric, la timpul $\tau = 0$, viteza în tot domeniul este zero. În realitate este foarte greu dacă nu imposibil de conceput o incintă cu viteză a fluidului zero în tot volumul;
- condiții la limită perfecte: condițiile la limită impuse într-un model numeric nu pot fi realizate în practică deoarece granițele sistemului nu sunt perfecte, iar interacțiunile cu mediul exterior se realizează cu oscilații;

V.1.1. Instalația experimentală

Convecția naturală de la cilindrii orizontali poate fi considerată în spațiu deschis atunci când granițele incintei în care se desfășoară experimentul sunt suficient de depărtate. Experimentele și modelările numerice din literatura de specialitate se indică rapoarte H/D între 2 și 4 pentru ca efectele granițelor să fie neglijabile. În acest caz H reprezintă distanța de la granița inferioară (sol) sau granița superioară (tavan) până la cilindru, iar D este diametrul cilindrului [61], [62], [63]. Această limitare este îndeplinită prin plasarea cilindrului la $H/D > 10$ la granițele inferioară și superioară. Cât despre granițele laterale, când raportul S/D este mai mare decât 10, efectele asupra numărului Nusselt sunt neglijabile [64]. În acest caz S reprezintă distanța de la granițele laterale (pereți) până la cilindru. Această condiție se îndeplinește prin plasarea cilindrului cât mai în centrul laboratorului, cu posibilitatea atingerii unor rapoarte S/D de peste 80.

Experimentul desfășurat în această lucrare ține cont de aceste ipoteze și încearcă să reducă erorile asociate prin realizarea lui în condiții cât mai identice. În cazul prezentei lucrări, aceste condiții se realizează prin realizarea cilindrului de testare din același material, utilizarea acelorași senzori de temperatură și prin utilizarea aceleiași metodă de prindere. În modelul matematic s-a definit parametrul κ care este un raport a numerelor Nusselt determinate pentru două cazuri specifice de convecție, unul de la cilindrul circular și unul de la cilindrul ondulat.

V.1.2. Instalația experimentală

Convecția naturală de la cilindrii orizontali poate fi considerată în spațiu deschis atunci când granițele incintei în care se desfășoară experimentul sunt suficient de depărtate. Experimentele și modelările numerice din literatura de specialitate se indică rapoarte H/D între 2 și 4 pentru ca efectele granițelor să fie neglijabile. În acest caz H reprezintă distanța de la granița inferioară (sol) sau granița superioară (tavan) până la cilindru, iar D este diametrul cilindrului [68], [69], [70]. Această limitare este îndeplinită prin plasarea cilindrului la $H/D > 10$ la granițele inferioară și superioară. Cât despre granițele laterale, când raportul S/D este mai mare decât 10, efectele asupra numărului Nusselt sunt neglijabile [71]. În acest caz S reprezintă distanța de la granițele laterale (pereți) până la cilindru. Această condiție se îndeplinește prin plasarea cilindrului cât mai în centrul laboratorului, cu posibilitatea atingerii unor rapoarte S/D de peste 80.

Pentru a crea condițiile de simetrie și convecție liberă, s-a conceput standul descris în **Figura V.1** și care este alcătuit din următoarele elemente:

- 1 – calculator personal;
- 2 – sistem de achiziție de date;
- 3 – țevă din cupru;
- 4 – suflantă cu aer cald;
- 5 – suporturi pentru cilindru;
- t_1 – termorezistență pentru măsurarea temperaturii aerului ambiant;

t_2 — termorezistență pentru măsurarea temperaturii cilindrului;

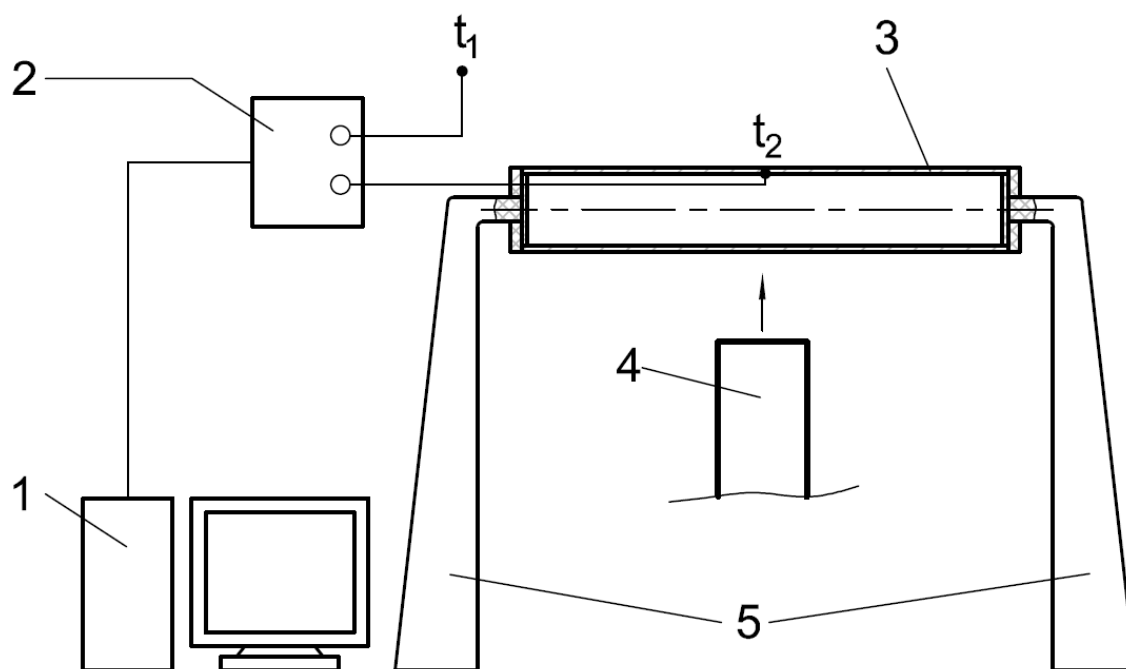


Figura V.1. Schema standului experimental

Procedeeul experimental

1. S-au realizat cilindrii de test folosind țeavă de cupru cu diametrul de 18 mm și lungimea de 350 mm. Secțiunea țevii a rămas nemodificată în cazul cilindrului de secțiune circulară, iar cel de secțiune triunghiulară a fost format prin utilizarea unui dorn. Dornul a fost realizat la imprimanta 3D.
2. În interiorul lor s-a plasat central o termorezistență lipită de perete, iar capetele cilindrilor au fost închise cu dopuri de plastic (PLA).
3. Cilindrii au fost plasați pe suporturile din plastic astfel încât să fie îndeplinită condițiile pentru ca convecția să poate fi considerată în spațiu nelimitat.
4. S-a încălzit primul cilindru cu ajutorul unui suflante cu aer cald până când s-a atins o diferență de temperatură față de aerul ambiental de aproximativ 70 °C.
5. S-a pornit înregistrarea celor două temperaturi cu ajutorul sistemului de achiziție de date.



Figura V.2. Sistem electronic de achiziții de date

6. S-a așteptat ca cilindrul să se răcească până la temperatura aerului din încăpere;
7. Datele înregistrare au fost exportate într-un fișier text și prelucrate cu programul din anexa IV.
8. S-a înlocuit cilindrul circular cu cel triunghiular și s-a repetat testul de la pasul 2.

Metoda de calibrare a termistorilor

S-au folosit doi termistori de tip CNT (coeficient negativ de temperatură) cu rezistența de 100 kΩ la 25 °C. S-au ales acești senzori datorită dimensiunilor reduse și a rezoluției de citire (de ordinul sutimilor de grad).

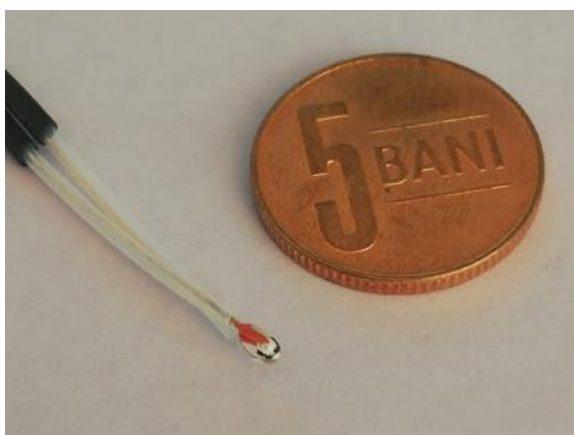


Figura V.3. Termistor CNT 100 kΩ

Deoarece rezistența lor electrică nu variază liniar cu temperatura, s-a folosit legea de variație Steinhart-Hart [65].

$$T^{-1} = A + B \log R + C (\log R)^3 \quad (V.1)$$

Această relație este superioară modelului β de exemplu, deoarece are nevoie de trei temperaturi de referință pentru ai determina constantele, iar modelul β doar de două. Astfel,

deoarece intervalul de măsurare este relativ mic, modelul Steinhart-Hart are o eroare cu mult sub eroarea termometrului de referință.

V.1.3. Programul de achiziții de date

Datele culese de sistemul electronic de achiziții de date sunt trimise prin intermediul unei conexiuni USB către un calculator, care mai apoi sunt interpretate și stocate cu ajutorul unui program dezvoltat în cadrul Departamentului de Inginerie Mecanică și Autovehicule Rutiere de la Facultatea de Mecanică din Iași. Programul poartă denumirea PADUG (Program de Achiziții de Date cu Utilizare Generală) și este realizat în limbajul de programare *C Sharp*, fiind compatibil cu sistemele de operare *Windows 10*. În utilizare normală, poate interpreta și stoca în mod simultan până la 7 valori numerice distincte trimise de sistemul de achiziții de date.

Interfața principală

În **Figura V.4** este prezentată interfața principală a programului. Ea este compusă din următoarele casete:

9. Caseta 1: Parametri de conectare. În această casetă se face conectarea programului la poarta de comunicare USB cu placa de achiziție.
10. Caseta 2: Consolă. Rolul consolei este de a afișa utilizatorului informații despre acțiunile desfășurate în timpul utilizării programului.
11. Caseta 3: Afișaj numeric pentru valorile mărimilor interpretate.
12. Caseta 4: Reglaj pentru axele graficului.
13. Caseta 5: Grafic. Este zona în care pot fi afișate până la trei curbe în timp real. Are rol informativ și ajută utilizatorul să urmărească evoluția măsurărilor în timpul achizițiilor de date.

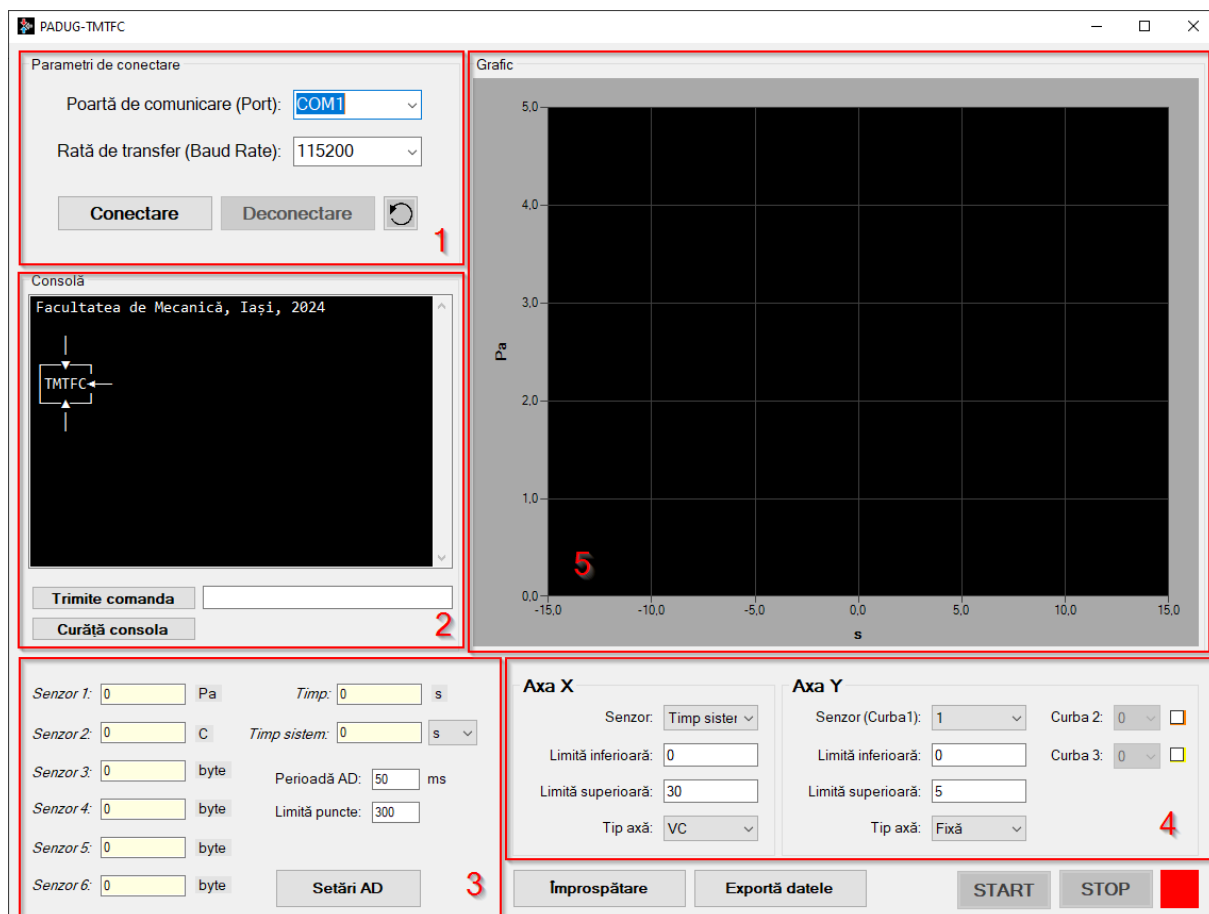


Figura V.4. Interfața principală a programului PADUG

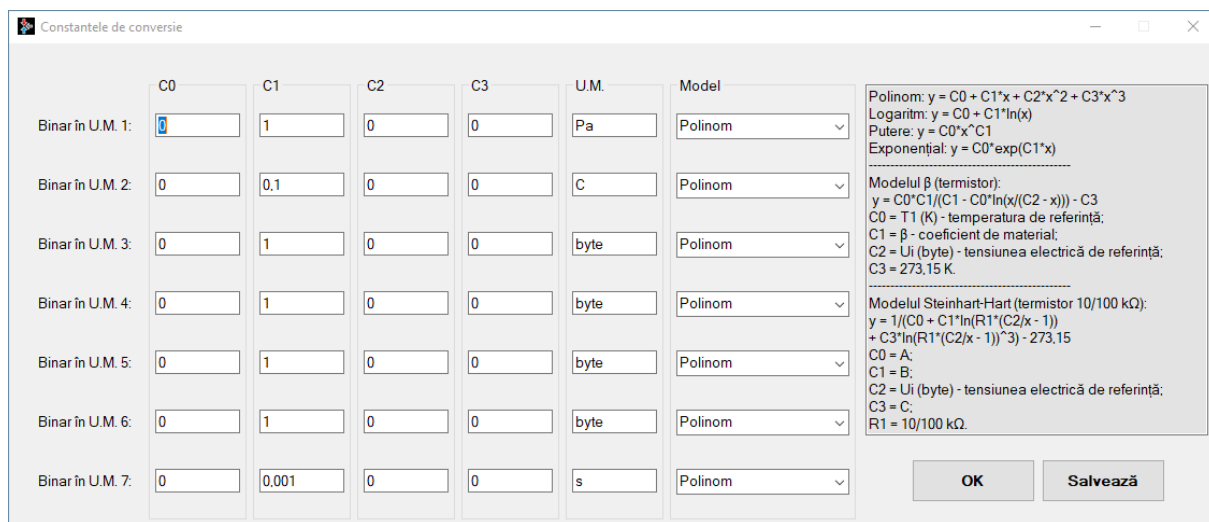


Figura V.5. Fereastra din care se selectează funcțiile de interpretare și constantele lor

V.2. Rezultate și interpretări

V.2.1. Calculul parametrului κ

Scopul experimentului este de a calcula parametrul κ pentru geometria aleasă funcție de variabilele Ra și φ . Pentru Ra se vor realiza 10 determinări în intervalul (10000, 90000), iar pentru unghiul φ următoarele 3 valori: $\{0^\circ, 90^\circ, 180^\circ\}$.

Relația lui κ determinat în mod experimental se notează cu κ_e și se deduce astfel:

$$\kappa_e = \frac{Nu_{tr}}{N_c} = \frac{\frac{\alpha_{tr} D_{tr}}{\lambda}}{\frac{\alpha_c D_c}{\lambda}} = \frac{\alpha_{tr} D_{tr}}{\alpha_c D_c}, \quad (V.2)$$

unde indicii inferiori „tr” și „c” se referă la cilindrul triunghiular, respectiv cilindrul circular.

Coeficientul convectiv de transfer de căldură se determină din următorul bilanț energetic:

$$\dot{Q}_e + \dot{Q}_{cv} + \dot{Q}_{pc} + \dot{Q}_{rad} = 0, \quad (V.3)$$

unde:

- $\dot{Q}_e$: fluxul termic total cedat de către cilindru;
- $\dot{Q}_{cv}$: fluxul termic cedat prin convecție;
- $\dot{Q}_{pc}$: fluxul termic cedat prin conducție către elementele de susținere ale cilindrilor și către firele de alimentare;
- $\dot{Q}_{rad}$: fluxul termic cedat prin radiație.

Fluxul termic cedat de către cilindru se calculează pe baza tensiunii electrice de alimentare și rezistențelor celor doi cilindri:

$$\dot{Q}_e = -\frac{U^2}{R}, \quad (V.4)$$

unde U este tensiunea electrică, iar R este rezistența electrică a elementului de încălzire a cilindrului.

Fluxul termic cedat prin convecție se calculează cu legea lui Newton pentru răcire:

$$\dot{Q}_{cv} = \alpha S (T_s - T_\infty) \quad (V.5)$$

Fluxul termic cedat prin radiație se determină cu relația Stefan-Boltzmann:

$$\dot{Q}_{rad} = \sigma \varepsilon S (T_s^4 - T_{mi}^4), \quad (V.6)$$

unde:

- σ : constanta Stefan-Boltzmann;
- ε : emisivitatea suprafeței cilindrului;

- T_{mi} : temperatura mediului înconjurător.

Se înlocuiesc expresiile (V.4), (V.5), (V.6) în relația (V.3) și se scoate α :

$$\alpha = \frac{U^2 - R \left[\sigma \varepsilon S (T_s^4 - T_{mi}^4) + \dot{Q}_{pc} \right]}{RS (T_s - T_\infty)} \quad (V.7)$$

Relația (V.2) devine:

$$\kappa_e = \frac{D_{tr}}{D_c} \left\{ \frac{U_{tr}^2 - R_{tr} \left[\sigma \varepsilon_{tr} S_{tr} (T_{s,tr}^4 - T_\infty^4) + \dot{Q}_{pc,tr} \right]}{R_{tr} S_{tr} (T_{s,tr} - T_\infty)} \frac{R_c S_c (T_{s,c} - T_\infty)}{U_c^2 - R_c \left[\sigma \varepsilon_c S_c (T_{s,c}^4 - T_\infty^4) + \dot{Q}_{pc,c} \right]} \right\} \quad (V.8)$$

V.2.2. Calculul incertitudinii

Incetitudinea parametrului κ_e este funcție de incertitudinea mărimilor măsurate și se calculează cu relația [66]:

$$\omega_F = \left[\left(\frac{\partial F}{\partial x_1} \omega_{x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2} \omega_{x_2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial F}{\partial x_n} \omega_{x_n} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (V.9)$$

unde:

- F : mărimea calculată;
- x_n : mărimea măsurată;
- ω : incertitudinea măsurătorii.

Se reduc numărul mărimilor măsurate din ecuația (V.8) prin considerarea următoarelor egalități:

- $U_{tr} = U_c$, deoarece cilindrii sunt legați în paralel la sursa de curent;
- $S_{tr} = S_c$ este condiție impusă atunci când s-au realizat cilindrii;
- $\varepsilon_{tr} = \varepsilon_c$, deoarece se folosește același material pe suprafața cilindrului;
- $\dot{Q}_{pc,tr} = \dot{Q}_{pc,c}$ rezultă din simetria standului de testare. Prinderea cilindrilor de stand, legarea la sursa de curent și legarea la sistemul de achiziții făcându-se în mod identic, iar diferența de temperatură între cei doi cilindri este relativ mică;
- $T_s = T_\infty$, deoarece experimentul se realizează când temperatura aerului din laborator este aproximativ egală cu temperatura aerului exterior. Astfel, granițele laboratorului (pereți, tavan, pardoseală, ferestre) sunt la aceeași temperatură cu aerul din interior. De asemenea, sunt eliminate orice alte surse de căldură din laborator cu excepția persoanei care realizează experimentul.

Prin adoptarea acestor ipoteze, parametrul κ_e devine o funcție de forma:

$$\kappa_e = f(U, R_{tr}, R_c, \varepsilon, D_{tr}, D_c, S, T_{s,tr}, T_{s,c}, T_\infty, \dot{Q}_{pc}), \quad (V.10)$$

iar relația (V.8) devine:

$$\kappa_e = \frac{D_{tr}}{D_c} \left\{ \frac{U^2 - R_{tr} \left[\sigma \mathcal{E} S (T_{s,tr}^4 - T_\infty^4) + \dot{Q}_{pc} \right]}{R_{tr} S (T_{s,tr} - T_\infty)} \frac{R_c S (T_{s,c} - T_\infty)}{U^2 - R_c \left[\sigma \mathcal{E} S (T_{s,c}^4 - T_\infty^4) + \dot{Q}_{pc} \right]} \right\} \quad (V.11)$$

Se aplică relația (V.9) expresiei (V.11) și rezultă gradul de incertitudine a parametrului κ_e :

$$\begin{aligned} \omega_{\kappa_e} = & \left[\left(\frac{\partial \kappa_e}{\partial U} \omega_U \right)^2 + \left(\frac{\partial \kappa_e}{\partial R_{tr}} \omega_R \right)^2 + \left(\frac{\partial \kappa_e}{\partial R_c} \omega_R \right)^2 + \left(\frac{\partial \kappa_e}{\partial \mathcal{E}} \omega_\varepsilon \right)^2 + \left(\frac{\partial \kappa_e}{\partial D_{tr}} \omega_D \right)^2 + \left(\frac{\partial \kappa_e}{\partial D_c} \omega_D \right)^2 \right. \\ & \left. + \left(\frac{\partial \kappa_e}{\partial S} \omega_S \right)^2 + \left(\frac{\partial \kappa_e}{\partial T_{tr}} \omega_T \right)^2 + \left(\frac{\partial \kappa_e}{\partial T_c} \omega_T \right)^2 + \left(\frac{\partial \kappa_e}{\partial T_\infty} \omega_T \right)^2 + \left(\frac{\partial \kappa_e}{\partial \dot{Q}_{pc}} \omega_{\dot{Q}_{pc}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (V.12)$$

Capitolul VI. Concluzii și contribuții personale

1. Teza de doctorat începe prin punerea în context a temei și trece în revistă modalitățile de intensificare a transferului de căldură de la cilindri așezați orizontal și evidențiază importanța lor în situația din prezent, în care eficientizarea sistemelor termice este parte dintr-o politică globală de reducere a poluării.
2. Analizând literatura de specialitate, s-au constatat zone neexplorate care au nevoie de un studiu mai amănunțit, și anume: cercetarea transferului de căldură prin convecție de la cilindri cu suprafețe ondulate în așezare orizontală.
3. S-a construit un model numeric care a permis modelarea convecției naturale în spațiu bidimensional pentru cilindri ondulați. Modelul permite:
 - a. construirea și discretizarea domeniului spațial pentru cilindri ondulați care sunt definiți de amplitudinea și numărul undulațiilor, unghiul de rotație și o funcție de atenuare;
 - b. simularea convecției libere în regim tranzitoriu în variabile adimensionalizate pentru valori ale numărului Rayleigh de până la 10^7 pentru anumite condiții;
 - c. calculul mărimilor și funcțiilor de interes, cum ar fi: numărul Nusselt, parametru de ortogonalitate și câmpul de temperatură;
4. Cu ajutorul modelului numeric s-au simulat diferite configurații ale cilindrilor ondulați, iar numărul Nusselt a fost comparat cu numărul Nusselt pentru cazul cilindrului circular. Raportul dintre cele două numere a fost notat cu κ și reprezintă mărimea de interes a acestei analize. Dacă $\kappa < 1$, transferul de căldură este încetinit, dacă $\kappa = 1$, transferul de căldură este identic cu cel din cazul cilindrului circular, iar dacă $\kappa > 1$, transferul de căldură este intensificat.
5. După o serie de simulări, s-a găsit că intensificarea transferului de căldură este maximă pentru cilindrul ondulat cu $f = 3$ (numărul de undulații) și $A = 0.05$ (amplitudinea undulațiilor);
6. Pe baza rezultatelor numerice, s-a realizat un stand experimental care să valideze rezultatele numerice pentru cazul cel mai promițător. S-a definit metoda experimentală și măsuri de bune practici au fost adoptate pentru a obține erori cât mai mici;

Contribuții personale

- Am efectuat o cercetare bibliografică extinsă la peste 200 de referințe bibliografice în domeniu din care am selectat circa 50 de lucrări cu informații semnificative pentru tematica aleasă;
- Am efectuat comparații între diferitele modele de simulare numerică pentru fenomenele de transfer de căldură;
- Am identificat nișe în care se pot aduce îmbunătățiri ale modului de discretizare a domeniului spațial pentru geometrii ne-standard (circulară, rectangulară, triunghiulară etc);
- Am realizat un model numeric cu diferențe finite original, care are la bază un model matematic bine definit care constă în:
 - Definirea ecuațiilor parametrice în două versiuni:
 - i. prima versiune: aproximarea domeniului spațial folosind serii Fourier;
 - ii. a doua versiune: utilizarea coordonatelor polare cu rază variabilă pentru definirea conturului interior;
 - Transformarea ecuațiilor diferențiale care modelează fenomenul de convecție liberă din coordonate carteziane în coordonate curbilinii. Trecerea derivatelor de ordinul I și II din domeniul cartezian în cel curbiliniu s-a realizat după o metodologie care presupune aplicarea matricei Jacobiene a transformării inverse.
 - Punerea ecuațiilor diferențiale în formă matriceală astfel încât să poată fi rezolvate de programul MATLAB. S-au realizat funcții intermediare a indicilor de poziție astfel încât nodurile pentru care s-au impus condiții la limită se poată fi accesate de algoritmul de calcul.
 - Numărul Nusselt local s-a determinat prin transformarea gradientului de temperatură la suprafața cilindrului din coordonate curbilinii înapoi în coordonate carteziane. Mai apoi, gradientul de temperatură transformat a fost proiectat pe vectorul normal la suprafața cilindrului. Vectorii normali au fost calculați print-un algoritm propriu.

De asemenea, modelul numeric poate fi adaptat pentru o varietate de alte geometrii.

- Am realizat standul experimental care a validat modelul numeric și a scos la iveală informații noi despre convecția liberă de la cilindri cu suprafețe ondulate. În spațiu deschis fiind primul experiment de acest fel;
- Am recurs la o metodă originală pentru încălzirea la temperatură uniformă a suprafețelor cilindrilor, cu potențial mare de îmbunătățire în viitor;
- Achiziția de date s-a realizat cu un sistem electronic construit în regim propriu, după o idee originală, obținându-se o precizie de măsurare a temperaturii de ordinul sutimilor de grad Celsius;
- Culegerea de date și o parte din interpretarea lor s-a realizat cu un program personal, scris în limbajul de programare *C Sharp*. Acest program împreună cu sistemul de achiziții de date sunt folosite în lucrările de laborator de termotehnică și transfer de căldură din cadrul departamentului de Inginerie Mecanică și Autovehicule Rutiere, Facultatea de Mecanică din Iași.

Bibliografie

- [1] B. Horbaniuc, Termodinamică Tehnică, București, 2015.
- [2] U. Dixit, M. Hazarika și J. Davim, History of thermodynamics and heat transfer, 2017.
- [3] S. Meschel, „A brief history of heat measurements by calorimetry with emphasis on the thermochemistry of metallic and metal-nonmetal compounds,” *Calphad*, vol. 68, 2020.
- [4] „Britannica,” [Interactiv]. Available:
<https://www.britannica.com/science/phlogiston>. [Accesat 8 11 2023].
- [5] J. Lienhard, „Notes on the origins of evolution of the subject of heat transfer,” 1983.
- [6] A. Bergles, „Enhancement of convective heat transfer-Newton's legacy pursued,” *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, vol. 27, nr. 3, pp. 381-394, 1989.
- [7] M. K. Marshall, The science of railways, 1898.
- [8] North American Review, 1858.
- [9] History of England, Part III: 1714-1934.
- [10] Handbook of the Pictorial View of the World, 1882.
- [11] S. R. Leslie, Water-Tube Boilers, New York: D. Van Nostrand Company, 1901.
- [12] „Railway Museum,” [Interactiv]. Available:
<https://www.railwaymuseum.org.uk/objects-and-stories/stephensons-rocket-rainhill-and-rise-locomotive>. [Accesat 7 9 2024].
- [13] „Historic Towns of America,” 2019. [Interactiv]. Available:
<https://historictownsofamerica.com/first-power-plant-station>. [Accesat 4 2025].
- [14] J. Wityk, „Project Design,” 7 6 2025. [Interactiv]. Available:
<https://projectdesign.io/thomas-edisons-pearl-street-station/>. [Accesat 7 2025].
- [15] „The Henry Ford,” [Interactiv]. Available:
<https://www.thehenryford.org/collections-and-research/digital-collections/artifact/206237>. [Accesat 6 2025].
- [16] K. D. Manoj și K. D. Sukanta, „Natural convection heat transfer and fluid flow around a thick hollow vertical cylinder suspended in air: A numerical approach,” *International Journal of Therman Sciences*, vol. 152, 2020.

- [17] G.-V. Manuel, P.-S. Guillermo și R. Wolfgang, „Forced Convection Heat Transfer from a Finite-Height Cylinder,” *Flow Turbulence Combust*, vol. 93, pp. 171-187, 2014.
- [18] R. R. Roger, „8th Heat Powered Cycles Conference - Book of Abstracts,” în *Heat Powered Cycles*, Bayreuth, 2018.
- [19] „Process Engineers and Associates,” [Interactiv]. Available: <https://www.plateheatexchanger.co.in/finned-tube-heat-exchanger.html>. [Accesat 23 09 2024].
- [20] „Franchinni Acciai,” [Interactiv]. Available: <https://www.franchiniacciai.it/a/ro/tratament-termic>. [Accesat 23 09 2024].
- [21] Q. Chen, Z. Xiaobing și Z. Junfeng, „Effects of Reynolds and Prandtl numbers on heat transfer around a circular cylinder by the simplified thermal lattice Boltzmann model,” *Communications in Computational Physics*, vol. 17, nr. 4, pp. 937-959, 2015.
- [22] E. R. G. Eckert și S. E., „Distribution of heat-transfer coefficients around circular cylinders in crossflow at Reynolds numbers from 20 to 500,” *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, vol. 74, nr. 3, pp. 343-346, 1952.
- [23] A. Popescu, Elemente fundamentale de transfer de căldură, Iași: Eurobit, 2003.
- [24] DeWitt, P. David și I. FP, Introduction to heat transfer, Wiley, 1996.
- [25] R. Hilpert, „Wärmeabgabe von geheizten Drähten und Rohren im Luftstrom,” *Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens*, vol. A, nr. 4, pp. 215-224, 1933.
- [26] A. Žukauskas, „Heat transfer from tubes in crossflow,” *Advances in heat transfer*, vol. 8, pp. 93-160, 1972.
- [27] S. W. Churchill și M. Bernstein, „A correlating equation for forced convection from gases and liquids to a circular cylinder in crossflow,” pp. 300-306, 1977.
- [28] K. S. B. Sandra, Natural Convection from Circular Cylinders, Springer, 2014.
- [29] K. K. T. și J. G. R., „Numerical solution to the Navier-Stokes equations for laminar natural convection about a horizontal isothermal circular cylinder,” *Int. J. Heat Mass Trasnsfer*, vol. 23, pp. 971-979, 1980.
- [30] H. Q. Zafar și A. R., „Natural convection from a uniform heat flux horizontal cylinder at moderate Rayleigh numbers,” *Numerical Heat Transfer*, vol. 11, pp. 199-212, 1987.
- [31] W. Graham, „External natural convection about two-dimensional bodies with constant heat flux,” *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 15, pp. 351-354, 1972.
- [32] M. Mousa, N. Miljkovic și K. Nawaz, „Review of heat transfer enhancement techniques for single phase flows,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2021.

- [33] L.-C. Hsu, „Heat transfer of flow past a cylinder with a slit,” *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 159, 2021.
- [34] S. Chamoli și e. al, „Effect pf shape modification on heat transfer and drag for fluid flow past a cam-shaped cylinder,” *International Journal of Heat and Mass transfer* , vol. 131, 2019.
- [35] H. Bai și e. al, „Near wake flow and force convection heat transfer of sinusoidal wavy cylinder based on flow decomposition,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 202, 2023.
- [36] A. P. Pawar, S. Sandip și K. S. Sandip, „Forced convective flow and heat transfer past an unconfined blunt heated cylinder at different angles of incidence,” *Applied Mathematical Modelling*, vol. 82, nr. 888-915, 2020.
- [37] X. Sun și e. al, „Effects of flow-induced vibration on forced convection heat transfer from tow tandem circular cylinders,” *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 195, 2021.
- [38] S. Bhadauriva și e. al, „Effect of channel confinement on wake dynamics and force convective heat transfer past a blunt headed cylinder,” *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 124, pp. 467-476, 2018.
- [39] D. Boules, M. H. Sharqawy și W. H. Ahmed, „Enhancement of heat transfer from a horizontal cylinder wrapped,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 165, 2021.
- [40] X. Luo și e. al, „Numerical analysis of heat transfer enhancement of luid past an oscillating circular cylinder in laminar flow regime,” *Progress in Nuclear Energy*, vol. 139, 2021.
- [41] O. A. e. a. Gaheen, „Experimental investigation on the convection heat transfer enhancement for heated cylinder using pulsated flow,” *Thermal Science and Engineering Progress*, vol. 26, 2021.
- [42] J. Liu, X. Gongnan și S. Bengt, „Flow pattern and heat transfer past two tandem arranged cylinders with oscillating inlet velocity,” *Applied Thermal Engineering*, vol. 120, pp. 614-625, 2017.
- [43] E. Abu-Nada, K. Ziyad, M. Saleh și Y. Ali, „Heat transfer enhancement in combined convection around a horizontal cylinder using nanofluids,” *Journal of Heat Transfer*, 2008.
- [44] H. Ma, W. Zhou, X. Lu, Z. Ding, Y. Cao, N. Deng și Y. Zhang, „Investigation on the air flow and heat transfer from a horizontal,” *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 95, pp. 21-28, 2015.

- [45] W.-S. Fu, C.-H. Cheng și W.-J. Shieh, „Enhancement of natural convection heat transfer of an enclosure by a rotating circular cylinder,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 37, nr. 13, pp. 1885-1897, 1994.
- [46] A. Alhashash, „Free convection from a corrugated heated cylinder with nanofluids in a porous enclosure,” *Advances in Mechanical Engineering*, vol. 12, nr. 8, 2014.
- [47] S. A. Nabavizadeg, S. Talebi, M. Sefid și M. Nourmohammadzadeh, „Natural convection in a square cavity containing a sinusoidal cylinder,” *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 51, pp. 112-120, 2012.
- [48] A. Abdulkadhim, H. K. Hamzah, F. H. Ali, A. M. Abed și I. M. Abed, „Natural convection among inner corrugated cylinders inside wavy enclosure filled with nanofluid superposed in porous–nanofluid layers,” *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 109, 2019.
- [49] N. A. Allah H., F. S. Alnasur, A. Abdulkadhim, I. M. Abed, N. M. Said și A. M. Abed, „MHD natural convection in a wavy nanofluid enclosure with an internally corrugated porous cylinder,” *Journal of Taibah University for Science*, vol. 18, nr. 1, 2024.
- [50] Y. Hong, J. Du, S. Wang și S.-M. Huang, „Heat transfer and flow behaviors of a wavy corrugated tube,” *Applied Thermal Engineering*, vol. 126, pp. 151-166, 2017.
- [51] R. H. Hameed, R. A. Hussein, Q. H. Al-Salami, M. A. Alomari, A. M. Hassan , F. Q. A. Alyousuf, F. Alqurashi și M. A. Flayyih, „Free convection investigation for a Casson-based Cu–H₂O nanofluid in semi parabolic enclosure with corrugated cylinder,” *Heliyon*, vol. 11, nr. 1, 2025.
- [52] A. Daiz, R. Hidki, R. Fares și Z. Charqui, „Finite element method (FEM) analysis of heat transfer by natural convection in a circular cavity containing a corrugated hollow cylinder,” *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, vol. 34, nr. 11, 2024.
- [53] Z. Abdelmalek, T. Tayebi, A. S. Dogonchi, A. J. Chamkha, D. D. Ganji și I. Tlili, „Role of various configurations of a wavy circular heater on convective heat,” *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 113, 2020.
- [54] A. Alhashash și H. Saleh, „Use of Finite Element Method for Free Convection of Nanofluids between a Rectangular Enclosure and a Sinusoidal Cylinder Using Buongiorno’s Two-Phase Model,” *Advances in Mathematical Physics*, vol. 2023, nr. 6, pp. 1-15, 2023.
- [55] S. A, „Indian Institute of Space Science and Technology,” March 2013. [Interactiv]. Available: <https://www.iist.ac.in/sites/default/files/people/psi-omega.pdf>. [Accesat 8 10 2024].

- [56] S. Mazumder, Numerical Methods for Partial Differential Equations: Finite difference and Finite Volume Methods, Elsevier, 2016.
- [57] „Brown: Applied Mathematics,” 2011. [Interactiv]. Available: <https://www.dam.brown.edu/people/alcyew/handouts/numdiff.pdf>. [Accesat 13 10 2024].
- [58] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky și W. T. Vetterling, Numerical Recipes in Fortran: The Art of Scientific Computing, Cambridge University Press, 1992.
- [59] A. Barletta, „The Boussinesq approximation for buoyant flows,” *Mechanics Research Communications*, vol. 124, 2022.
- [60] „Matlab Help Center,” 2025. [Interactiv]. Available: <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/double.mldivide.html>. [Accesat 4 2025].
- [61] G. Sebastian și S. R. Shine, „Natural convection from horizontal heated cylinder with and without horizontal confinement,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 82, pp. 325-334, 2015.
- [62] G. B. Lawrence, G. E. Jardin, D. Naylor și A. D. Machin, „Free convection from horizontal heated cylinder located below a ceiling,” *Transaction of the Canadian Society of Mechanical Engineering*, vol. 23, nr. 1A, 1999.
- [63] M. Ashjaee, A. H. Eshtiaghi, M. Yaghoubi și T. Yousefi, „Experimental investigation on free convection from a horizontal cylinder beneath an adiabatic ceiling,” *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 32, nr. 2, pp. 614-623, 2007.
- [64] E. M. Sparrow și D. R. Pfiel, „Enhancement of Natural Convection Heat Transfer From A Horizontal Cylinder Due to Vertical Shrouding Surfaces,” *Journal of Heat Transfer*, vol. 106, pp. 124 - 130, 1984.
- [65] J. S. Steinhart și S. R. Hart, „Calibration curves for thermistors,” *Deep-Sea Research*, vol. 15, pp. 497-503, 1968.
- [66] A. Popescu, An Experimental Study of Fluid Flow and Heat Transfer in Rectangular Microchannels, Oregon, 2000.
- [67] J. Turner, „Union Digital Works,” 07 2018. [Interactiv]. Available: <https://digitalworks.union.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=2228&context=theses>. [Accesat 10 2024].
- [68] „MIT OpenCourseWare,” 2009. [Interactiv]. Available: https://ocw.mit.edu/courses/18-336-numerical-methods-for-partial-differential-equations-spring-2009/c7c12acceal63007923288875bb42604_MIT18_336S09_lec14.pdf. [Accesat 11 3 2025].
- [69] E. W. Lemmon și R. T. Jacobsen, „Viscosity and Thermal Conductivity Equations for Nitrogen, Oxygen, Argon, and Air,” *International Journal of thermophysics*, vol. 25, 2004.

- [70] E. W. Lemmon, I. H. Bell, M. L. Huber și M. O. McLinden, *MINI-REFPROP 10.0*.
- [71] M. Zeltkevic, „Forward and Backward Euler Methods,” 15 04 1998. [Interactiv]. Available:
https://web.mit.edu/10.001/Web/Course_Notes/Differential_Equations_Notes/node3.html.
 [Accesat 04 2025].
- [72] H. Herwig, „Boussinesq Approximation,” în *Wärmeübertragung A-Z. VDI-Buch*, Berlin, Springer, 2000.
- [73] N. Saito, „UCDavis Mathematics,” 2011. [Interactiv]. Available:
<https://www.math.ucdavis.edu/~saito/courses/21C.w11/polar-lap.pdf>. [Accesat 6 2025].
- [74] Y. Donghyun , M. Rajat , W. Meng și M. Parviz, „Analysis of stability and accuracy of finite-difference schemes on a skewed mesh,” *Journal of Computational Physics*, vol. 213, pp. 184-204, 2005.
- [75] „Creality,” Creality, [Interactiv]. Available:
<https://www.creality.com/products/ender-3-v2-3d-printer-csco>. [Accesat 4 2025].
- [76] G. D. Tcaciuc și A. Popescu, „Finite difference method for solving the two-dimensional Laplace equation in curvilinear coordinates,” *Sciendo*, vol. 69, nr. 3, 2023.